代数学幾何学 II (中テスト 午前)

古津先生

2003 年 7 月 11 日

[1] R^4 の 基底 $E = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle, F = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ について、基底の取り換え $E \to F$ の行列 P と、基底の取り換え $F \to E$ の行列 Q を求めよ。

[2] $P_3(R)$ の 基底 $E =< 1, x, x^2, x^3 >$ に関する、線型変換 T の行列 A を求めよ。ただし、

$$(Tf)(x) = \int_0^1 (x-t)^3 f(t)dt$$

とする。

[3] C^3 の線型独立系 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ からシュミットの直交化法を用いて、正規直交系を作れ。

[4] $P_3(R)$ の 基底 $E =< 1, x, x^2, x^3 >$ から、シュミットの直交化法を用いて、正規直交基底を作れ。ただし、

$$(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

とする。