

# 代数学幾何学演習 II (小テスト 2003/12/05 午後クラス)

古津 先生

2003 年 12 月 5 日

## 1 ランク

$A, B$  を 5 次正方行列とし  $\text{rank } A = 3, \text{rank } B = 4$  とすると、 $AB$  のランクの最大は \_\_\_\_\_ 最小は \_\_\_\_\_ である。最大、最小になる例をあげよ。

## 2 シュミットの直交化法

次の線型独立なベクトルにシュミットの直交化法を用いて、正規直交系を作れ。

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix}$$

## 3 行列式

行列式をもとめよ。

(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 11 \end{pmatrix}$$

(2)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & -4 \\ 1 & -8 & -27 & -64 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## 4 固有値

固有値を求めよ。

(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -6 \\ -3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

(2)

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & -2 & 0 \\ -3 & -1 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$