

代数学幾何学演習 II (No.001)

利根川 聡

2003 年 4 月 18 日

1. 次の連立方程式を掃き出し法で解きたい。

$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 3w = 2 \\ 2x - 3y + z + 2w = -3 \\ -3x + 5y + 4z + 2w = 8 \end{cases}$$

(1) この方程式の拡大係数行列を書け。

(2) 方程式の解が求まるまでの様子がわかるように、(1) の拡大係数行列を基本変形する過程を書け。

(3) 方程式の解を求めよ。

(2) の解答例 (下記参照) : 行列だけでなく、どんな基本変形を行ったかも記すこと

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{1.} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{2.} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{3.} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{4.}$$

1. 2 行目から 1 行目の 2 倍を引く 2. 3 行目に 1 行目を加える 3. 3 行目に 2 行目を加える 4.

2. 以下の行列の逆行列を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ -3 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

3. 以下のベクトルの組 $\langle f_1, f_2, f_3 \rangle$ にシュミットの直交化法を適用して、正規直交基底 $\langle e_1, e_2, e_3 \rangle$ を作れ。

$$f_1 = (2, -4, 5), \quad f_2 = (1, -2, 1), \quad f_3 = (7, 2, -3)$$