

次の行列の階数 (Rank) を求めなさい。

問題 1

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 & -2 \\ -4 & -5 & -8 & 5 & 5 \\ -3 & -2 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

問題 2

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 3

$$\begin{pmatrix} -5 & -6 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 5 & -3 & -1 & -2 \\ 7 & 7 & -7 & 1 & -4 \\ -7 & -7 & 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

問題 4

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

問題 5

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & 4 & 6 & -3 \\ 3 & -2 & -4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

問題 6

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 3 \\ -3 & -9 & 9 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 6 & -6 \\ -2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

問題 7

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 & 1 \\ 4 & -3 & -7 & 1 \\ 5 & -5 & -8 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ -4 & 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

問題 8

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -8 & 5 & -4 \\ 1 & -4 & 7 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

問題 9

$$\begin{pmatrix} -4 & -7 & 4 \\ 5 & 9 & -5 \\ 5 & 3 & -4 \\ -5 & -9 & 5 \end{pmatrix}$$

問題 10

$$\begin{pmatrix} 2 & -6 & -2 & 2 & 1 \\ -5 & 4 & -9 & 4 & -5 \\ 2 & -1 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 6 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

問題 11

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ -5 & -4 & 7 \\ 9 & 3 & -9 \\ 5 & 4 & -7 \\ 4 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

問題 12

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

## 解答

回答 1

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 & -2 \\ -4 & -5 & -8 & 5 & 5 \\ -3 & -2 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{2})$ ; 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} & -1 & -1 \\ -4 & -5 & -8 & 5 & 5 \\ -3 & -2 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;4)$ ; 2 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;3)$ ; 3 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;-1)$ ; 2 列目に 1 列目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{3}{2} & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{3}{2})$ ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-1) ; 2行目を-1倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{2} & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;-2) ; 3列目に2列目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;1) ; 4列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;1) ; 5列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3行目を2倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 2

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{3}$ ) ; 1行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -4 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;4) ; 2行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{5}{3} & 2 & \frac{1}{3} \\ 4 & 1 & -5 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-4) ; 3行目に1行目を $-4$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{5}{3} & 2 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{11}{3} & -5 & -\frac{1}{3} \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;1) ; 4行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{5}{3} & 2 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{11}{3} & -5 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $\frac{2}{3}$ ) ; 2列目に1列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{5}{3} & 2 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{11}{3} & -5 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(1,4; $-\frac{1}{3}$ ) ; 4列目に1列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{3} & 2 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{11}{3} & -5 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2; $-\frac{3}{5}$ ) ; 2行目を $-\frac{3}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & \frac{11}{3} & -5 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;-\frac{11}{3})$  ; 3行目に2行目を  $-\frac{11}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;-\frac{1}{3})$  ; 4行目に2行目を  $-\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{7}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{6}{5})$  ; 3列目に2列目を  $\frac{6}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{7}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;\frac{1}{5})$  ; 4列目に2列目を  $\frac{1}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{7}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(3; -\frac{5}{3})$ ; 3行目を  $-\frac{5}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{7}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3; -\frac{7}{5})$ ; 4行目に3行目を  $-\frac{7}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4; \frac{2}{3})$ ; 4列目に3列目を  $\frac{2}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(4; 3)$ ; 4行目を3倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 4

回答 3

$$\begin{pmatrix} -5 & -6 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 5 & -3 & -1 & -2 \\ 7 & 7 & -7 & 1 & -4 \\ -7 & -7 & 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{5})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{5}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{6}{5} & -1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 3 & 5 & -3 & -1 & -2 \\ 7 & 7 & -7 & 1 & -4 \\ -7 & -7 & 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-3)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{6}{5} & -1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \\ 7 & 7 & -7 & 1 & -4 \\ -7 & -7 & 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-7)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-7$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{6}{5} & -1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{7}{5} & 0 & 1 & \frac{1}{5} \\ -7 & -7 & 7 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;7)$ ; 4 行目に 1 行目を 7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{6}{5} & -1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{7}{5} & 0 & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;-\frac{6}{5})$ ; 2 列目に 1 列目を  $-\frac{6}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{7}{5} & 0 & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;1)$  ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{7}{5} & 0 & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;\frac{3}{5})$  ; 5 列目に 1 列目を  $\frac{3}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{7}{5} & 0 & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;\frac{5}{7})$  ; 2 行目を  $\frac{5}{7}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 0 & -\frac{7}{5} & 0 & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;\frac{7}{5})$  ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{7}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & -1 & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;-\frac{7}{5})$  ; 4 行目に 2 行目を  $-\frac{7}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,4;\frac{5}{7})$ ; 4列目に2列目を $\frac{5}{7}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,5;\frac{1}{7})$ ; 5列目に2列目を $\frac{1}{7}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 4

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;\frac{1}{2})$ ; 1行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;1)$ ; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ -2 & -5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;2)$  ; 3行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-1)$  ; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;-1)$  ; 2列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;1)$  ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;\frac{1}{2})$  ; 4列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;3) ; 3行目に2行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{5}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;-1) ; 4行目に2行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-\frac{1}{2}) ; 4列目に2列目を-\frac{1}{2}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;-1) ; 3行目を-1倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3;-1)$  ; 4行目に3行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4;\frac{5}{2})$  ; 4列目に3列目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(4;2)$  ; 4行目を2倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 4

回答 5

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & 4 & 6 & -3 \\ 3 & -2 & -4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{2})$  ; 1行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -2 & 1 \\ -3 & 3 & 4 & 6 & -3 \\ 3 & -2 & -4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;3)$  ; 2行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-3)$  ; 3行目に1行目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{1}{2})$  ; 2列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{2} & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{3}{2})$  ; 3列目に1列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;2)$  ; 4列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;-1)$  ; 5列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; \frac{2}{3})$ ; 2 行目を  $\frac{2}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2; \frac{1}{2})$ ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3; \frac{1}{3})$ ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;3)$ ; 3 行目を 3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 6

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 3 \\ -3 & -9 & 9 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 6 & -6 \\ -2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-1)$  ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -3 & -9 & 9 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 6 & -6 \\ -2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;3)$  ; 2 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \\ 2 & 6 & -6 \\ -2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-1)$  ; 3 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & -6 \\ -2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-2)$  ; 4 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;2)$  ; 5 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-3) ; 2列目に1列目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;3) ; 3列目に1列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 7

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 & 1 \\ 4 & -3 & -7 & 1 \\ 5 & -5 & -8 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ -4 & 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1;1/2) ; 1行目を1/2倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 4 & -3 & -7 & 1 \\ 5 & -5 & -8 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ -4 & 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -8 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ -4 & 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-5) ; 3行目に1行目を-5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ -4 & 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;1) ; 4行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -4 & 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;4) ; 5行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{3}{2})$  ; 3列目に1列目を  $\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;-\frac{1}{2})$  ; 4列目に1列目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右  $R(2,3;1)$  ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;1)$  ; 4列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;-2)$  ; 3 行目を  $-2$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3;-\frac{1}{2})$  ; 4 行目に 3 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4;3)$  ; 4 列目に 3 列目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4

回答 8

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -8 & 5 & -4 \\ 1 & -4 & 7 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,1;2)$  ; 3行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 1 & -4 & 7 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-1)$  ; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 3 & -4 & 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;-3)$  ; 5行目に1行目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$  ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-4)$  ; 3列目に1列目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;3)$  ; 4 列目に 1 列目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;-4)$  ; 5 列目に 1 列目を  $-4$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;-\frac{1}{3})$  ; 2 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;-2)$  ; 3 行目に 2 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{16}{3} \\ 0 & -3 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;3)$  ; 4 行目に 2 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{16}{3} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & -4 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;1) ; 5行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{16}{3} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{14}{3} & -\frac{29}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{4}{3}$ ) ; 3列目に2列目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{16}{3} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{14}{3} & -\frac{29}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(2,4; $-\frac{2}{3}$ ) ; 4列目に2列目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{16}{3} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{14}{3} & -\frac{29}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(2,5; $\frac{2}{3}$ ) ; 5列目に2列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{16}{3} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{14}{3} & -\frac{29}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3; \frac{3}{8})$ ; 3 行目を  $\frac{3}{8}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{8} & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{14}{3} & -\frac{29}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3;1)$ ; 4 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{8} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{3} & \frac{14}{3} & -\frac{29}{3} \end{pmatrix}$$

左  $R(5,3; \frac{16}{3})$ ; 5 行目に 3 行目を  $\frac{16}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{8} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4; \frac{7}{8})$ ; 4 列目に 3 列目を  $\frac{7}{8}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;-2)$ ; 5 列目に 3 列目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(4;8)$  ; 4 行目を 8 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右  $R(4,5;16)$  ; 5 列目に 4 列目を 16 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

回答 9

$$\begin{pmatrix} -4 & -7 & 4 \\ 5 & 9 & -5 \\ 5 & 3 & -4 \\ -5 & -9 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{4})$  ; 1 行目を  $-\frac{1}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -1 \\ 5 & 9 & -5 \\ 5 & 3 & -4 \\ -5 & -9 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-5) ; 2行目に1行目を -5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 5 & 3 & -4 \\ -5 & -9 & 5 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-5) ; 3行目に1行目を -5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{23}{4} & 1 \\ -5 & -9 & 5 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;5) ; 4行目に1行目を 5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{23}{4} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-\frac{7}{4}) ; 2列目に1列目を -\frac{7}{4}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{23}{4} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3列目に1列目を 1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{23}{4} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;4)$  ; 2 行目を 4 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{23}{4} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;\frac{23}{4})$  ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{23}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;\frac{1}{4})$  ; 4 行目に 2 行目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 10

$$\begin{pmatrix} 2 & -6 & -2 & 2 & 1 \\ -5 & 4 & -9 & 4 & -5 \\ 2 & -1 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 6 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;\frac{1}{2})$  ; 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 1 & \frac{1}{2} \\ -5 & 4 & -9 & 4 & -5 \\ 2 & -1 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 6 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;5) ; 2行目に1行目を5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 2 & -1 & 4 & -2 & 2 \\ -2 & 6 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-2) ; 3行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ -2 & 6 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;2) ; 4行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;2) ; 5行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;3) ; 2列目に1列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-1) ; 4列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;-\frac{1}{2}) ; 5列目に1列目を-\frac{1}{2}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & -14 & 9 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-\frac{1}{11}) ; 2行目を-\frac{1}{11}倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{14}{11} & -\frac{9}{11} & \frac{5}{22} \\ 0 & 5 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-5) ; 3行目に2行目を-5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{14}{11} & -\frac{9}{11} & \frac{5}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{11} & \frac{1}{11} & -\frac{3}{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;5) ; 5行目に2行目を5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{14}{11} & -\frac{9}{11} & \frac{5}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{11} & \frac{1}{11} & -\frac{3}{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{11} & -\frac{1}{11} & \frac{3}{22} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;-\frac{14}{11}) ; 3列目に2列目を-\frac{14}{11}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{11} & \frac{5}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{11} & \frac{1}{11} & -\frac{3}{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{11} & -\frac{1}{11} & \frac{3}{22} \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;\frac{9}{11}) ; 4列目に2列目を\frac{9}{11}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{11} & \frac{1}{11} & -\frac{3}{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{11} & -\frac{1}{11} & \frac{3}{22} \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;-\frac{5}{22}) ; 5列目に2列目を-\frac{5}{22}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{11} & \frac{1}{11} & -\frac{3}{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{11} & -\frac{1}{11} & \frac{3}{22} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3; -\frac{11}{4})$ ; 3 行目を  $-\frac{11}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{11} & -\frac{1}{11} & \frac{3}{22} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,3; -\frac{4}{11})$ ; 5 行目に 3 行目を  $-\frac{4}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4; \frac{1}{4})$ ; 4 列目に 3 列目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5; -\frac{3}{8})$ ; 5 列目に 3 列目を  $-\frac{3}{8}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 11

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ -5 & -4 & 7 \\ 9 & 3 & -9 \\ 5 & 4 & -7 \\ 4 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{3})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -1 \\ -5 & -4 & 7 \\ 9 & 3 & -9 \\ 5 & 4 & -7 \\ 4 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2, 1; 5)$ ; 2 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -1 \\ 0 & -\frac{7}{3} & 2 \\ 9 & 3 & -9 \\ 5 & 4 & -7 \\ 4 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

左  $R(3, 1; -9)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-9$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -1 \\ 0 & -\frac{7}{3} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -7 \\ 4 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-5) ; 4行目に1行目を-5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -1 \\ 0 & -\frac{7}{3} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -2 \\ 4 & 5 & -7 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-4) ; 5行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -1 \\ 0 & -\frac{7}{3} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -2 \\ 0 & \frac{11}{3} & -3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-\frac{1}{3}) ; 2列目に1列目を-\frac{1}{3}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{7}{3} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -2 \\ 0 & \frac{11}{3} & -3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{7}{3} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -2 \\ 0 & \frac{11}{3} & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; -\frac{3}{7})$ ; 2 行目を  $-\frac{3}{7}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -2 \\ 0 & \frac{11}{3} & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4, 2; -\frac{7}{3})$ ; 4 行目に 2 行目を  $-\frac{7}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} & -3 \end{pmatrix}$$

左  $R(5, 2; -\frac{11}{3})$ ; 5 行目に 2 行目を  $-\frac{11}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2, 3; \frac{6}{7})$ ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{6}{7}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

対角要素  $(3, 3)$  が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(5, 3)$  に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,5) ; 3行目と5行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;7) ; 3行目を7倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 12

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1;  $-\frac{1}{2}$ ) ; 1行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,1;-2) ; 3行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;1)$  ; 4行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;-\frac{3}{2})$  ; 2列目に1列目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;1)$  ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;\frac{1}{3})$  ; 2行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;6)$  ; 3行目に2行目を6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;-\frac{1}{2})$ ; 4行目に2行目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{1}{3})$ ; 3列目に2列目を  $\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

対角要素  $(3, 3)$  が 0 なので、0でない要素を探したところ、 $(4, 3)$  に 0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左  $P(3,4)$ ; 3行目と4行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3,6)$ ; 3行目を 6 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3