

次の行列の階数 (Rank) を求めなさい。

問題 1

$$\begin{pmatrix} -2 & -9 & 9 \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 9 & -9 \\ -2 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

問題 2

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 3 & -9 & 6 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 8 \\ 1 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

問題 3

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & 4 & 1 \\ 4 & -4 & -4 & -1 \\ 8 & -8 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

問題 4

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 & 6 & -6 \\ -2 & 2 & 2 & 4 & -4 \\ 2 & -2 & -2 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

問題 5

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & -8 & 3 & 7 & -5 \\ 1 & -8 & 3 & 7 & -4 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 6

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 & 1 & 4 \\ 1 & -4 & 5 & -1 & -3 \\ -1 & 4 & -5 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & 5 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

問題 8

$$\begin{pmatrix} -6 & -2 & 8 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & -1 & 5 & 2 \\ -6 & -2 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

問題 9

$$\begin{pmatrix} -4 & -7 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & -1 & -3 \\ 5 & 0 & 4 & -1 \\ 6 & 9 & 6 & -5 \\ -8 & -5 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

問題 10

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 11

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 & -2 \\ 4 & -4 & -2 \\ -4 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 12

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 6 & -4 \\ -1 & -2 & -1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & -3 & -1 & -6 \\ -5 & -2 & 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

## 解答

回答 1

$$\begin{pmatrix} -2 & -9 & 9 \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 9 & -9 \\ -2 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{2})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{9}{2} & -\frac{9}{2} \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 9 & -9 \\ -2 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2, 1; -2)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{9}{2} & -\frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 9 & -9 \\ -2 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

左  $R(3, 1; -2)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{9}{2} & -\frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & -9 \\ -2 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

左  $R(4, 1; -2)$ ; 4 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{9}{2} & -\frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & -9 & 9 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;2) ; 5 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{9}{2} & -\frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $-\frac{9}{2}$ ) ; 2 列目に 1 列目を  $-\frac{9}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{9}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3; $\frac{9}{2}$ ) ; 3 列目に 1 列目を  $\frac{9}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 2

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 3 & -9 & 6 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 8 \\ 1 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-1)$  ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & -9 & 6 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 8 \\ 1 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-3)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & -12 & 15 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 8 \\ 1 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;1)$  ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & -12 & 15 \\ 0 & 4 & -5 \\ -1 & -5 & 8 \\ 1 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;1)$  ; 4 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & -12 & 15 \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & -4 & 5 \\ 1 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;-1)$  ; 5 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & -12 & 15 \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-1) ; 2列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & -12 & 15 \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;3) ; 3列目に1列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 15 \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-1/12) ; 2行目を-1/12倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-4) ; 3行目に2行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;4) ; 4行目に2行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;-4) ; 5行目に2行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{5}{4}$ ) ; 3列目に2列目を $\frac{5}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 3

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & 4 & 1 \\ 4 & -4 & -4 & -1 \\ 8 & -8 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{4})$  ; 1 行目を  $-\frac{1}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -\frac{1}{4} \\ 4 & -4 & -4 & -1 \\ 8 & -8 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1; -4)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-4$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -8 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1; -8)$  ; 3 行目に 1 行目を  $-8$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2; 1)$  ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3; 1)$  ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4; \frac{1}{4})$  ; 4 列目に 1 列目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1



回答 4

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 & 6 & -6 \\ -2 & 2 & 2 & 4 & -4 \\ 2 & -2 & -2 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{3})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 4 & -4 \\ 2 & -2 & -2 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;2)$ ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -2 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-2)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$ ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;1)$ ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;2) ; 4 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;-2) ; 5 列目に 1 列目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 5

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & -8 & 3 & 7 & -5 \\ 1 & -8 & 3 & 7 & -4 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素 (1, 1) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(1, 2) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(1,2) ; 1 列目と 2 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -2 & 2 \\ -8 & 1 & 3 & 7 & -5 \\ -8 & 1 & 3 & 7 & -4 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{2}$ ) ; 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ -8 & 1 & 3 & 7 & -5 \\ -8 & 1 & 3 & 7 & -4 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;8)$  ; 2行目に1行目を8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ -8 & 1 & 3 & 7 & -4 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;8)$  ; 3行目に1行目を8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-2)$  ; 4行目に1行目を $-2$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,3;\frac{1}{2})$  ; 3列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;1)$  ; 4列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;-1)$  ; 5列目に1列目を $-1$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;1) ; 4行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;1) ; 4列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;-3) ; 5列目に2列目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(3, 5) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(3,5) ; 3 列目と 5 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 6

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,1;-2) ; 3 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-1) ; 5行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;2) ; 3列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;1)$  ; 4行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,2;1)$  ; 5行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;1)$  ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 & 1 & 4 \\ 1 & -4 & 5 & -1 & -3 \\ -1 & 4 & -5 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & 5 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{2})$  ; 1行目を $-\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -4 & 5 & -1 & -3 \\ -1 & 4 & -5 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & 5 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-1)$  ; 2行目に1行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ -1 & 4 & -5 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & 5 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;1)$  ; 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 2 & -5 & 5 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-2)$  ; 4行目に1行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{5}{2})$  ; 2列目に1列目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{5}{2})$  ; 3列目に1列目を  $-\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



右  $R(1,4;\frac{1}{2})$  ; 4 列目に 1 列目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;2)$  ; 5 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;-\frac{2}{3})$  ; 2 行目を  $-\frac{2}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;-\frac{3}{2})$  ; 3 行目に 2 行目を  $-\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{5}{3})$  ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{5}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;-\frac{1}{3})$ ; 4 列目に 2 列目を  $-\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,5;-\frac{2}{3})$ ; 5 列目に 2 列目を  $-\frac{2}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 8

$$\begin{pmatrix} -6 & -2 & 8 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & -1 & 5 & 2 \\ -6 & -2 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{6})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{6}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & -1 & 5 & 2 \\ -6 & -2 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;1)$ ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{2} \\ -4 & -1 & 5 & 2 \\ -6 & -2 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;4) ; 3行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -6 & -2 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;6) ; 4行目に1行目を6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-6) ; 5行目に1行目を-6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;- $\frac{1}{3}$ ) ; 2列目に1列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3; $\frac{4}{3}$ ) ; 3列目に1列目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;\frac{1}{2})$  ; 4列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;3)$  ; 2行目を3倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;-\frac{1}{3})$  ; 3行目に2行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;4)$  ; 3列目に2列目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;-\frac{3}{2})$  ; 4列目に2列目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

右  $R(3,4;\frac{1}{2})$  ; 4列目に3列目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 9

$$\begin{pmatrix} -4 & -7 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & -1 & -3 \\ 5 & 0 & 4 & -1 \\ 6 & 9 & 6 & -5 \\ -8 & -5 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{4})$  ; 1行目を  $-\frac{1}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 4 & 7 & -1 & -3 \\ 5 & 0 & 4 & -1 \\ 6 & 9 & 6 & -5 \\ -8 & -5 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
行を掃き出します。

左  $R(2,1;-4)$  ; 2行目に1行目を  $-4$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 4 & -1 \\ 6 & 9 & 6 & -5 \\ -8 & -5 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-5) ; 3行目に1行目を-5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{35}{4} & \frac{21}{4} & \frac{11}{4} \\ 6 & 9 & 6 & -5 \\ -8 & -5 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-6) ; 4行目に1行目を-6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{35}{4} & \frac{21}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{1}{2} \\ -8 & -5 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;8) ; 5行目に1行目を8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{35}{4} & \frac{21}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 9 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-\frac{7}{4}) ; 2列目に1列目を-\frac{7}{4}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{35}{4} & \frac{21}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 9 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{1}{4})$  ; 3 列目に 1 列目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{35}{4} & \frac{21}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 9 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;\frac{3}{4})$  ; 4 列目に 1 列目を  $\frac{3}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{35}{4} & \frac{21}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 9 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素 ( 2, 2 ) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、( 3, 2 ) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左  $P(2,3)$  ; 2 行目と 3 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{35}{4} & \frac{21}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 9 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;-\frac{4}{35})$  ; 2 行目を  $-\frac{4}{35}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{11}{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{15}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 9 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,2;\frac{3}{2})$  ; 4 行目に 2 行目を  $\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{11}{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{33}{5} & -\frac{34}{35} \\ 0 & 9 & -11 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;-9) ; 5行目に2行目を -9倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{11}{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{33}{5} & -\frac{34}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{28}{5} & \frac{29}{35} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{3}{5}$ ) ; 3列目に2列目を  $\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{11}{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{33}{5} & -\frac{34}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{28}{5} & \frac{29}{35} \end{pmatrix}$$

右 R(2,4; $\frac{11}{35}$ ) ; 4列目に2列目を  $\frac{11}{35}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{33}{5} & -\frac{34}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{28}{5} & \frac{29}{35} \end{pmatrix}$$

対角要素 (3,3) が 0 なので、0でない要素を探したところ、(4,3) に 0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,4) ; 3行目と4行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{33}{5} & -\frac{34}{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{28}{5} & \frac{29}{35} \end{pmatrix}$$



対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3; \frac{5}{33})$ ; 3 行目を  $\frac{5}{33}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{34}{231} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{28}{5} & \frac{29}{35} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,3; \frac{28}{5})$ ; 5 行目に 3 行目を  $\frac{28}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{34}{231} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{231} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4; \frac{34}{231})$ ; 4 列目に 3 列目を  $\frac{34}{231}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{231} \end{pmatrix}$$

対角要素  $(4, 4)$  が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(5, 4)$  に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左  $P(4,5)$ ; 4 行目と 5 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{231} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(4;231)$  ; 4 行目を 231 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4

回答 10

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{3})$  ; 1 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,1;-4)$  ; 3 行目に 1 行目を  $-4$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{1}{3})$  ; 2 列目に 1 列目を  $\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{1}{3})$ ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素  $(2, 2)$  が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(2, 3)$  に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右  $P(2,3)$ ; 2 列目と 3 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;\frac{1}{3})$ ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3,3)$ ; 3 行目を 3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 11

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 & -2 \\ 4 & -4 & -2 \\ -4 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{4})$  ; 1 行目を  $\frac{1}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 4 & -4 & -2 \\ -4 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-4)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-4$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;4)$  ; 3 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;2)$  ; 4 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$  ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{1}{2})$  ; 3列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 12

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 6 & -4 \\ -1 & -2 & -1 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & -3 & -1 & -6 \\ -5 & -2 & 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;1)$  ; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 7 & 3 & -3 & -1 & -6 \\ -5 & -2 & 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-7)$  ; 3行目に1行目を $-7$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & -18 & 32 & -43 & 22 \\ -5 & -2 & 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;5)$  ; 4行目に1行目を5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & -18 & 32 & -43 & 22 \\ 0 & 13 & -20 & 27 & -17 \\ -1 & 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;1) ; 5 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & -18 & 32 & -43 & 22 \\ 0 & 13 & -20 & 27 & -17 \\ 0 & 3 & -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-3) ; 2 列目に 1 列目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & -18 & 32 & -43 & 22 \\ 0 & 13 & -20 & 27 & -17 \\ 0 & 3 & -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;5) ; 3 列目に 1 列目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & -18 & 32 & -43 & 22 \\ 0 & 13 & -20 & 27 & -17 \\ 0 & 3 & -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-6) ; 4 列目に 1 列目を -6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & -18 & 32 & -43 & 22 \\ 0 & 13 & -20 & 27 & -17 \\ 0 & 3 & -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;4) ; 5 列目に 1 列目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & -18 & 32 & -43 & 22 \\ 0 & 13 & -20 & 27 & -17 \\ 0 & 3 & -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;18) ; 3行目に2行目を18倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -76 & 101 & 22 \\ 0 & 13 & -20 & 27 & -17 \\ 0 & 3 & -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;-13) ; 4行目に2行目を-13倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -76 & 101 & 22 \\ 0 & 0 & 58 & -77 & -17 \\ 0 & 3 & -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;-3) ; 5行目に2行目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -76 & 101 & 22 \\ 0 & 0 & 58 & -77 & -17 \\ 0 & 0 & 15 & -20 & -4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;6) ; 3列目に2列目を6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -76 & 101 & 22 \\ 0 & 0 & 58 & -77 & -17 \\ 0 & 0 & 15 & -20 & -4 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-8) ; 4列目に2列目を-8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -76 & 101 & 22 \\ 0 & 0 & 58 & -77 & -17 \\ 0 & 0 & 15 & -20 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3; -\frac{1}{76})$ ; 3 行目を  $-\frac{1}{76}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{101}{76} & -\frac{11}{38} \\ 0 & 0 & 58 & -77 & -17 \\ 0 & 0 & 15 & -20 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3; -58)$ ; 4 行目に 3 行目を  $-58$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{101}{76} & -\frac{11}{38} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{38} & -\frac{4}{19} \\ 0 & 0 & 15 & -20 & -4 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,3; -15)$ ; 5 行目に 3 行目を  $-15$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{101}{76} & -\frac{11}{38} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{38} & -\frac{4}{19} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{76} & \frac{13}{38} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4; \frac{101}{76})$ ; 4 列目に 3 列目を  $\frac{101}{76}$  倍して、加える



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{11}{38} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{38} & -\frac{4}{19} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{76} & \frac{13}{38} \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;\frac{11}{38})$ ; 5 列目に 3 列目を  $\frac{11}{38}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{38} & -\frac{4}{19} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{76} & \frac{13}{38} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(4;\frac{38}{3})$ ; 4 行目を  $\frac{38}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{76} & \frac{13}{38} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,4;\frac{5}{76})$ ; 5 行目に 4 行目を  $\frac{5}{76}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(4,5;\frac{8}{3})$ ; 5 列目に 4 列目を  $\frac{8}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。  
左 Q(5;6) ; 5 行目を 6 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5