

次の行列の階数 (Rank) を求めなさい。

問題 1

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 & 3 & -2 \\ 1 & 8 & -2 & -1 & -2 \\ 3 & -9 & -6 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

問題 2

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & -3 & 8 \\ 3 & 0 & 3 & -3 & 5 \\ 1 & -5 & -6 & 4 & -8 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ -3 & 1 & 4 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

問題 3

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 8 & -3 & 1 \\ -2 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 5 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 4

$$\begin{pmatrix} -6 & 3 & 2 & 3 & -3 \\ 4 & 4 & -7 & 8 & 0 \\ 9 & -9 & -2 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -2 & -6 & 4 \\ -8 & 0 & 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

問題 5

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & -1 & 3 \\ -8 & 8 & -2 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & -6 \\ -9 & 7 & -2 & 7 \\ 4 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

問題 6

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & -6 & 7 \\ 2 & 3 & 6 & -6 \\ 4 & 4 & 6 & -7 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -5 & 4 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

問題 8

$$\begin{pmatrix} -8 & 8 & -2 & -2 & 2 \\ -4 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 7 & -7 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ -8 & 8 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

問題 9

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -4 & -7 & 2 \\ -6 & -2 & 5 & 9 & -3 \\ 8 & 1 & -3 & -9 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

問題 10

$$\begin{pmatrix} -6 & 6 & 4 \\ -3 & 3 & 2 \\ 6 & -6 & -4 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

問題 11

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -3 & -2 & 2 \\ 7 & 7 & -8 & -3 & -3 \\ -5 & -8 & 8 & 5 & 2 \\ -4 & 9 & -9 & -5 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

問題 12

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

解答

回答 1

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 & 3 & -2 \\ 1 & 8 & -2 & -1 & -2 \\ 3 & -9 & -6 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{3})$; 1 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & \frac{2}{3} \\ 1 & 8 & -2 & -1 & -2 \\ 3 & -9 & -6 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-1)$; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 8 & 0 & 0 & -\frac{8}{3} \\ 3 & -9 & -6 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-3)$; 3 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 8 & 0 & 0 & -\frac{8}{3} \\ 0 & -9 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,3;2)$; 3 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 8 & 0 & 0 & -\frac{8}{3} \\ 0 & -9 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;1)$; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 8 & 0 & 0 & -\frac{8}{3} \\ 0 & -9 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5; $-\frac{2}{3}$) ; 5 列目に 1 列目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & -\frac{8}{3} \\ 0 & -9 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{8}$) ; 2 行目を $\frac{1}{8}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -9 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2; 9) ; 3 行目に 2 行目を 9 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,5; $\frac{1}{3}$) ; 5 列目に 2 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 2

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & -3 & 8 \\ 3 & 0 & 3 & -3 & 5 \\ 1 & -5 & -6 & 4 & -8 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ -3 & 1 & 4 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{2})$; 1 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} & 4 \\ 3 & 0 & 3 & -3 & 5 \\ 1 & -5 & -6 & 4 & -8 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ -3 & 1 & 4 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-3)$; 2 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} & 4 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & \frac{3}{2} & -7 \\ 1 & -5 & -6 & 4 & -8 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ -3 & 1 & 4 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-1)$; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} & 4 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & \frac{3}{2} & -7 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -5 & \frac{11}{2} & -12 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ -3 & 1 & 4 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;3)$; 5 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} & 4 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & \frac{3}{2} & -7 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -5 & \frac{11}{2} & -12 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{1}{2})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -\frac{3}{2} & 4 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & \frac{3}{2} & -7 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -5 & \frac{11}{2} & -12 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 4 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & \frac{3}{2} & -7 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -5 & \frac{11}{2} & -12 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4; $\frac{3}{2}$) ; 4 列目に 1 列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & \frac{3}{2} & -7 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -5 & \frac{11}{2} & -12 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;-4) ; 5 列目に 1 列目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 6 & \frac{3}{2} & -7 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -5 & \frac{11}{2} & -12 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{2}{3}$) ; 2 行目を $\frac{2}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & -\frac{14}{3} \\ 0 & -\frac{9}{2} & -5 & \frac{11}{2} & -12 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;\frac{9}{2})$; 3行目に2行目を $\frac{9}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & -\frac{14}{3} \\ 0 & 0 & 13 & 10 & -33 \\ 0 & 5 & -6 & -3 & 9 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;-5)$; 4行目に2行目を -5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & -\frac{14}{3} \\ 0 & 0 & 13 & 10 & -33 \\ 0 & 0 & -26 & -8 & \frac{97}{3} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;\frac{1}{2})$; 5行目に2行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & -\frac{14}{3} \\ 0 & 0 & 13 & 10 & -33 \\ 0 & 0 & -26 & -8 & \frac{97}{3} \\ 0 & 0 & 3 & -1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;-4)$; 3列目に2列目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -\frac{14}{3} \\ 0 & 0 & 13 & 10 & -33 \\ 0 & 0 & -26 & -8 & \frac{97}{3} \\ 0 & 0 & 3 & -1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;-1)$; 4列目に2列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{14}{3} \\ 0 & 0 & 13 & 10 & -33 \\ 0 & 0 & -26 & -8 & \frac{97}{3} \\ 0 & 0 & 3 & -1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(2,5; $\frac{14}{3}$) ; 5 列目に 2 列目を $\frac{14}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 10 & -33 \\ 0 & 0 & -26 & -8 & \frac{97}{3} \\ 0 & 0 & 3 & -1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3; $\frac{1}{13}$) ; 3 行目を $\frac{1}{13}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{10}{13} & -\frac{33}{13} \\ 0 & 0 & -26 & -8 & \frac{97}{3} \\ 0 & 0 & 3 & -1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;26) ; 4 行目に 3 行目を 26 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{10}{13} & -\frac{33}{13} \\ 0 & 0 & 0 & 12 & -\frac{101}{3} \\ 0 & 0 & 3 & -1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

左 R(5,3;-3) ; 5 行目に 3 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{10}{13} & -\frac{33}{13} \\ 0 & 0 & 0 & 12 & -\frac{101}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{43}{13} & \frac{362}{39} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4;-\frac{10}{13})$; 4列目に3列目を $-\frac{10}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{33}{13} \\ 0 & 0 & 0 & 12 & -\frac{101}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{43}{13} & \frac{362}{39} \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;\frac{33}{13})$; 5列目に3列目を $\frac{33}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & -\frac{101}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{43}{13} & \frac{362}{39} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(4;\frac{1}{12})$; 4行目を $\frac{1}{12}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{101}{36} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{43}{13} & \frac{362}{39} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(5,4;\frac{43}{13})$; 5行目に4行目を $\frac{43}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{101}{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{468} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(4,5;\frac{101}{36})$; 5列目に4列目を $\frac{101}{36}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{468} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(5;468) ; 5 行目を 468 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

回答 3

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 8 & -3 & 1 \\ -2 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 5 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -8 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 5 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -24 & 9 & -3 \\ 2 & -2 & 5 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-2) ; 3行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -24 & 9 & -3 \\ 0 & -4 & 21 & -8 & 3 \\ -2 & 2 & -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;2) ; 4行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -24 & 9 & -3 \\ 0 & -4 & 21 & -8 & 3 \\ 0 & 4 & -21 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-1) ; 2列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -24 & 9 & -3 \\ 0 & -4 & 21 & -8 & 3 \\ 0 & 4 & -21 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;8) ; 3列目に1列目を8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -24 & 9 & -3 \\ 0 & -4 & 21 & -8 & 3 \\ 0 & 4 & -21 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-3) ; 4列目に1列目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -24 & 9 & -3 \\ 0 & -4 & 21 & -8 & 3 \\ 0 & 4 & -21 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -24 & 9 & -3 \\ 0 & -4 & 21 & -8 & 3 \\ 0 & 4 & -21 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{1}{4})$; 2 行目を $\frac{1}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & \frac{9}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & -4 & 21 & -8 & 3 \\ 0 & 4 & -21 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;4)$; 3 行目に 2 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & \frac{9}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -21 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;-4)$; 4 行目に 2 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -6 & \frac{9}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;6)$; 3 列目に 2 列目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{9}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;-\frac{9}{4})$; 4 列目に 2 列目を $-\frac{9}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;\frac{3}{4})$; 5 列目に 2 列目を $\frac{3}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;-\frac{1}{3})$; 3 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-3)$; 4 行目に 3 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4;\frac{1}{3})$; 4 列目に 3 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 4

$$\begin{pmatrix} -6 & 3 & 2 & 3 & -3 \\ 4 & 4 & -7 & 8 & 0 \\ 9 & -9 & -2 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -2 & -6 & 4 \\ -8 & 0 & 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{6})$; 1 行目を $-\frac{1}{6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 4 & 4 & -7 & 8 & 0 \\ 9 & -9 & -2 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -2 & -6 & 4 \\ -8 & 0 & 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-4)$; 2 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 9 & -9 & -2 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -2 & -6 & 4 \\ -8 & 0 & 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-9)$; 3 行目に 1 行目を -9 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 4 & 3 & -2 & -6 & 4 \\ -8 & 0 & 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-4)$; 4 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ -8 & 0 & 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;8)$; 5 行目に 1 行目を 8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{1}{2})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{1}{3})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;\frac{1}{2})$; 4 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;-\frac{1}{2})$; 5 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -\frac{17}{3} & 10 & -2 \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{1}{6})$; 2 行目を $\frac{1}{6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{17}{18} & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{9}{2} & 1 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3; 2; \frac{9}{2})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{9}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{17}{18} & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{4} & 10 & -3 \\ 0 & 5 & -\frac{2}{3} & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

左 $R(4; 2; -5)$; 4 行目に 2 行目を -5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{17}{18} & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{4} & 10 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{73}{18} & -\frac{37}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & -4 & -\frac{5}{3} & -10 & 7 \end{pmatrix}$$

左 $R(5; 2; 4)$; 5 行目に 2 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{17}{18} & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{4} & 10 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{73}{18} & -\frac{37}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{9} & -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2; 3; \frac{17}{18})$; 3 列目に 2 列目を $\frac{17}{18}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{4} & 10 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{73}{18} & -\frac{37}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{9} & -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;-\frac{5}{3})$; 4 列目に 2 列目を $-\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{4} & 10 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{73}{18} & -\frac{37}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{9} & -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;\frac{1}{3})$; 5 列目に 2 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{13}{4} & 10 & -3 \\ 0 & 0 & \frac{73}{18} & -\frac{37}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{9} & -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;-\frac{4}{13})$; 3 行目を $-\frac{4}{13}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{40}{13} & \frac{12}{13} \\ 0 & 0 & \frac{73}{18} & -\frac{37}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{9} & -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-\frac{73}{18})$; 4 行目に 3 行目を $-\frac{73}{18}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{40}{13} & \frac{12}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{17}{117} & -\frac{1}{13} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{9} & -\frac{10}{3} & \frac{17}{3} \end{pmatrix}$$

左 $R(5,3;\frac{49}{9})$; 5行目に3行目を $\frac{49}{9}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{40}{13} & \frac{12}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{17}{117} & -\frac{1}{13} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2350}{117} & \frac{139}{13} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4;\frac{40}{13})$; 4列目に3列目を $\frac{40}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{12}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{17}{117} & -\frac{1}{13} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2350}{117} & \frac{139}{13} \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;-\frac{12}{13})$; 5列目に3列目を $-\frac{12}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{17}{117} & -\frac{1}{13} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2350}{117} & \frac{139}{13} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(4;\frac{117}{17})$; 4行目を $\frac{117}{17}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{17} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2350}{117} & \frac{139}{13} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(5,4;\frac{2350}{117})$; 5行目に4行目を $\frac{2350}{117}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{17} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{17} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(4,5; $\frac{9}{17}$) ; 5 列目に 4 列目を $\frac{9}{17}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{17} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(5;17) ; 5 行目を 17 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

回答 5

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & -1 & 3 \\ -8 & 8 & -2 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & -6 \\ -9 & 7 & -2 & 7 \\ 4 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $-\frac{1}{4}$) ; 1 行目を $-\frac{1}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ -8 & 8 & -2 & 6 \\ 5 & 2 & 1 & -6 \\ -9 & 7 & -2 & 7 \\ 4 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;8) ; 2行目に1行目を8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 1 & -6 \\ -9 & 7 & -2 & 7 \\ 4 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-5) ; 3行目に1行目を-5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \\ -9 & 7 & -2 & 7 \\ 4 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;9) ; 4行目に1行目を9倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \\ 0 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 4 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-4) ; 5行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \\ 0 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \\ 0 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-\frac{1}{4}) ; 3列目に1列目を-\frac{1}{4}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \\ 0 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;\frac{3}{4}) ; 4列目に1列目を\frac{3}{4}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \\ 0 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素(2,2)が0なので、0でない要素を探したところ、(3,2)に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(2,3) ; 2行目と3行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;\frac{1}{7}) ; 2行目を\frac{1}{7}倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{28} & -\frac{9}{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,2;2)$; 4行目に2行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{28} & -\frac{9}{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{28} & -\frac{11}{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;\frac{1}{28})$; 3列目に2列目を $\frac{1}{28}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{28} & -\frac{11}{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;\frac{9}{28})$; 4列目に2列目を $\frac{9}{28}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{28} & -\frac{11}{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 $(3, 3)$ が 0 なので、0でない要素を探したところ、 $(4, 3)$ に 0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 $P(3,4)$; 3行目と4行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{28} & -\frac{11}{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3; \frac{28}{5})$; 3 行目を $\frac{28}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 $R(3,4; \frac{11}{5})$; 4 列目に 3 列目を $\frac{11}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 6

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & -6 & 7 \\ 2 & 3 & 6 & -6 \\ 4 & 4 & 6 & -7 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{4})$; 1 行目を $-\frac{1}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{4} \\ 2 & 3 & 6 & -6 \\ 4 & 4 & 6 & -7 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-2)$; 2行目に1行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 1 & 3 & -\frac{5}{2} \\ 4 & 4 & 6 & -7 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-4)$; 3行目に1行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 1 & 3 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-2)$; 4行目に1行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 1 & 3 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;-1)$; 2列目に1列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 1 & 3 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;-\frac{3}{2})$; 3列目に1列目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{4} \\ 0 & 1 & 3 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;\frac{7}{4})$; 4列目に1列目を $\frac{7}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,2;1)$; 4行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;-3)$; 3列目に2列目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;\frac{5}{2})$; 4列目に2列目を $\frac{5}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -5 & 4 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{2})$; 1 行目を $-\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -2 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-2)$; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-2)$; 3 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-1)$; 4 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & 2 \\ -4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;4)$; 5 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & 2 \\ 0 & -4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $\frac{3}{2}$) ; 2列目に1列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{2} & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & 2 \\ 0 & -4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3; $-\frac{5}{2}$) ; 3列目に1列目を $-\frac{5}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & 2 \\ 0 & -4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;2) ; 4列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & 2 \\ 0 & -4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & 2 \\ 0 & -4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;-\frac{3}{2})$; 4 行目に 2 行目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;4)$; 5 行目に 2 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;3)$; 3 列目に 2 列目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;-2)$; 4 列目に 2 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-1)$; 4 行目に 3 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,3;3) ; 5行目に3行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(3,4;1) ; 4列目に3列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 8

$$\begin{pmatrix} -8 & 8 & -2 & -2 & 2 \\ -4 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 7 & -7 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ -8 & 8 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; -1/8) ; 1行目を -1/8 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -4 & 4 & -1 & -1 & 1 \\ 7 & -7 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ -8 & 8 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;4) ; 2行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & -7 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ -8 & 8 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-7) ; 3行目に1行目を-7倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ -8 & 8 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-1) ; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ -8 & 8 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;8) ; 5行目に1行目を8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;-\frac{1}{4})$; 3列目に1列目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-\frac{1}{4})$; 4列目に1列目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;\frac{1}{4})$; 5列目に1列目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 $(2, 2)$ が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(3, 3)$ に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 $P(2,3)$; 2行目と3行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 P(2,3) ; 2 列目と 3 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;4) ; 2 行目を 4 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,2; $\frac{1}{4}$) ; 4 行目に 2 行目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,4;3) ; 4 列目に 2 列目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;1) ; 5 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(4, 4) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,4) ; 3 行目と 4 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 P(3,4) ; 3 列目と 4 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(5,3;2) ; 5 行目に 3 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 9

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -4 & -7 & 2 \\ -6 & -2 & 5 & 9 & -3 \\ 8 & 1 & -3 & -9 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{4})$; 1 行目を $\frac{1}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ -6 & -2 & 5 & 9 & -3 \\ 8 & 1 & -3 & -9 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;6)$; 2 行目に 1 行目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 8 & 1 & -3 & -9 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-8)$; 3 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;1)$; 4 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 5 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -2 & 3 & -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;2)$; 5 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 5 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 4 & -7 & -\frac{11}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{1}{2})$; 2 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 5 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 4 & -7 & -\frac{11}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;1)$; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 5 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 4 & -7 & -\frac{11}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;\frac{7}{4})$; 4 列目に 1 列目を $\frac{7}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 5 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 4 & -7 & -\frac{11}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;-\frac{1}{2})$; 5 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -3 & 5 & 5 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 4 & -7 & -\frac{11}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。
行を掃き出します。

左 R(3,2;3) ; 3行目に2行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 4 & -7 & -\frac{11}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2; $\frac{1}{2}$) ; 4行目に2行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 4 & -7 & -\frac{11}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;-4) ; 5行目に2行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -3 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -3 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4; $\frac{3}{2}$) ; 4列目に2列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -3 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3; \frac{1}{2})$; 3 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -3 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3; \frac{1}{2})$; 4 行目に 3 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -3 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,3;3)$; 5 行目に 3 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4; -\frac{1}{4})$; 4 列目に 3 列目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;\frac{1}{2})$; 5 列目に 3 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(4;-\frac{8}{3})$; 4 行目を $-\frac{8}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(5,4;-\frac{5}{4})$; 5 行目に 4 行目を $-\frac{5}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(4,5;\frac{2}{3})$; 5 列目に 4 列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(5;3) ; 5 行目を 3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

回答 10

$$\begin{pmatrix} -6 & 6 & 4 \\ -3 & 3 & 2 \\ 6 & -6 & -4 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; - $\frac{1}{6}$) ; 1 行目を $-\frac{1}{6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{2}{3} \\ -3 & 3 & 2 \\ 6 & -6 & -4 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;3) ; 2 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & -6 & -4 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-6)$; 3行目に1行目を -6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-3)$; 4行目に1行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;1)$; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{2}{3})$; 3列目に1列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 11

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -3 & -2 & 2 \\ 7 & 7 & -8 & -3 & -3 \\ -5 & -8 & 8 & 5 & 2 \\ -4 & 9 & -9 & -5 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{3})$; 1 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 7 & 7 & -8 & -3 & -3 \\ -5 & -8 & 8 & 5 & 2 \\ -4 & 9 & -9 & -5 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-7)$; 2 行目に 1 行目を -7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ -5 & -8 & 8 & 5 & 2 \\ -4 & 9 & -9 & -5 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;5)$; 3 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ -4 & 9 & -9 & -5 & 3 \\ 8 & -1 & 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;4)$; 4 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 8 & -1 & 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;-8)$; 5 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-1) ; 3列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-\frac{2}{3}) ; 4列目に1列目を-\frac{2}{3}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;\frac{2}{3}) ; 5列目に1列目を\frac{2}{3}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & -15 & -\frac{23}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{1}{14})$; 2 行目を $\frac{1}{14}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{15}{14} & -\frac{23}{42} & \frac{5}{42} \\ 0 & -13 & 13 & \frac{25}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;13)$; 3 行目に 2 行目を 13 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{15}{14} & -\frac{23}{42} & \frac{5}{42} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{14} & \frac{17}{14} & \frac{3}{14} \\ 0 & 5 & -5 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;-5)$; 4 行目に 2 行目を -5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{15}{14} & -\frac{23}{42} & \frac{5}{42} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{14} & \frac{17}{14} & \frac{3}{14} \\ 0 & 0 & \frac{5}{14} & \frac{17}{42} & -\frac{11}{42} \\ 0 & 7 & -5 & -\frac{22}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;-7)$; 5 行目に 2 行目を -7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{15}{14} & -\frac{23}{42} & \frac{5}{42} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{14} & \frac{17}{14} & \frac{3}{14} \\ 0 & 0 & \frac{5}{14} & \frac{17}{42} & -\frac{11}{42} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;\frac{15}{14})$; 3 列目に 2 列目を $\frac{15}{14}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{23}{42} & \frac{5}{42} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{14} & \frac{17}{14} & \frac{3}{14} \\ 0 & 0 & \frac{5}{14} & \frac{17}{42} & -\frac{11}{42} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;\frac{23}{42})$; 4 列目に 2 列目を $\frac{23}{42}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{5}{42} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{14} & \frac{17}{14} & \frac{3}{14} \\ 0 & 0 & \frac{5}{14} & \frac{17}{42} & -\frac{11}{42} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;-\frac{5}{42})$; 5 列目に 2 列目を $-\frac{5}{42}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{13}{14} & \frac{17}{14} & \frac{3}{14} \\ 0 & 0 & \frac{5}{14} & \frac{17}{42} & -\frac{11}{42} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;-\frac{14}{13})$; 3 行目を $-\frac{14}{13}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{13} & -\frac{3}{13} \\ 0 & 0 & \frac{5}{14} & \frac{17}{42} & -\frac{11}{42} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-\frac{5}{14})$; 4 行目に 3 行目を $-\frac{5}{14}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{13} & -\frac{3}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{34}{39} & -\frac{7}{39} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

左 $R(5,3;-\frac{5}{2})$; 5行目に3行目を $-\frac{5}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{13} & -\frac{3}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{34}{39} & -\frac{7}{39} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4;\frac{17}{13})$; 4列目に3列目を $\frac{17}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{34}{39} & -\frac{7}{39} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;\frac{3}{13})$; 5列目に3列目を $\frac{3}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{34}{39} & -\frac{7}{39} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(4;\frac{39}{34})$; 4行目を $\frac{39}{34}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{34} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(5,4;\frac{3}{13})$; 5行目に4行目を $\frac{3}{13}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{34} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(4,5;\frac{7}{34})$; 5列目に4列目を $\frac{7}{34}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{34} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(5;34)$; 5行目を34倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

回答 12

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{6})$; 1行目を $\frac{1}{6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 3 & 1 & -1 \\ -6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-3)$; 2行目に1行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ -6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;6)$; 3行目に1行目を6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{1}{3})$; 2列目に1列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{1}{3})$; 3列目に1列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1