

次の行列の階数 (Rank) を求めなさい。

問題 1

$$\begin{pmatrix} 6 & -9 & 8 \\ -2 & 4 & -6 \\ 2 & -4 & 6 \\ -2 & 2 & 1 \\ 7 & -8 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 2

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

問題 3

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 4

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 1 \\ -7 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \\ 9 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 5

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -2 \\ -5 & -2 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

問題 6

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 8

$$\begin{pmatrix} -9 & 9 & -3 \\ -9 & 9 & -3 \\ 6 & -6 & 2 \\ 9 & -9 & 3 \\ -9 & 9 & -3 \end{pmatrix}$$

問題 9

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -7 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 10

$$\begin{pmatrix} -2 & 6 & -6 & -9 & 5 \\ 3 & 2 & -5 & -6 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & 7 & 8 & -5 \\ -3 & 1 & -7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

問題 11

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & -3 & 3 \\ 6 & -9 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

問題 12

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & -7 \\ -4 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & -3 & -7 \end{pmatrix}$$

## 解答

回答 1

$$\begin{pmatrix} 6 & -9 & 8 \\ -2 & 4 & -6 \\ 2 & -4 & 6 \\ -2 & 2 & 1 \\ 7 & -8 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{6})$ ; 1 行目を  $\frac{1}{6}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{4}{3} \\ -2 & 4 & -6 \\ 2 & -4 & 6 \\ -2 & 2 & 1 \\ 7 & -8 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;2)$ ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{4}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 2 & -4 & 6 \\ -2 & 2 & 1 \\ 7 & -8 & -1 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-2)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{4}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{10}{3} \\ -2 & 2 & 1 \\ 7 & -8 & -1 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;2)$ ; 4 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{4}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{11}{3} \\ 7 & -8 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-7) ; 5 行目に 1 行目を  $-7$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{4}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{11}{3} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{31}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $\frac{3}{2}$ ) ; 2 列目に 1 列目を  $\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{11}{3} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{31}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(1,3; $-\frac{4}{3}$ ) ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{4}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{10}{3} \\ 0 & -1 & \frac{11}{3} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{31}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{11}{3} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{31}{3} \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;1) ; 4行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{31}{3} \end{pmatrix}$$

左 R(5,2; $-\frac{5}{2}$ ) ; 5行目に2行目を $-\frac{5}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{10}{3}$ ) ; 3列目に2列目を $\frac{10}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素(3,3)が0なので、0でない要素を探したところ、(4,3)に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,4) ; 3行目と4行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3,3) ; 3行目を3倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,3;2)$  ; 5行目に3行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 2

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;\frac{1}{2})$  ; 1行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-2)$  ; 2行目に1行目を $-2$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;2)$  ; 3行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{1}{2})$  ; 2列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;-1)$  ; 2行目を $-1$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右  $R(2,3;1)$  ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 3

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{2})$  ; 1行目を $-\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,1;-1) ; 3行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-1) ; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-1) ; 3列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-1) ; 4 列目に 2 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 4

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 1 \\ -7 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \\ 9 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{3})$ ; 1行目を  $\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -7 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \\ 9 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;7)$ ; 2行目に1行目を7倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ 2 & -1 & 0 & -1 \\ 9 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-2)$ ; 3行目に1行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 9 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-9)$ ; 4行目に1行目を  $-9$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{1}{3})$ ; 2列目に1列目を  $\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{1}{3})$  ; 3列目に1列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;-\frac{1}{3})$  ; 4列目に1列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;\frac{3}{2})$  ; 2行目を $\frac{3}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;\frac{1}{3})$  ; 3行目に2行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;1)$  ; 4行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;2) ; 3列目に2列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-\frac{7}{2}) ; 4列目に2列目を-\frac{7}{2}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素(3,3)が0なので、0でない要素を探したところ、(3,4)に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(3,4) ; 3列目と4列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;-2) ; 3行目を-2倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;-\frac{3}{2}) ; 4行目に3行目を-\frac{3}{2}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 5

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -2 \\ -5 & -2 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{5})$ ; 1 行目を  $\frac{1}{5}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -1 & -1 & 1 & -2 \\ -5 & -2 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;1)$ ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{11}{5} \\ -5 & -2 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;5)$ ; 3 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{11}{5} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;3)$ ; 4 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{11}{5} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 4 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-4) ; 5行目に1行目を  $-4$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{11}{5} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{11}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{19}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;  $-\frac{1}{5}$ ) ; 2列目に1列目を  $-\frac{1}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{11}{5} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{11}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{19}{5} \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;  $\frac{2}{5}$ ) ; 3列目に1列目を  $\frac{2}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{11}{5} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{11}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{19}{5} \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;  $\frac{1}{5}$ ) ; 4列目に1列目を  $\frac{1}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{11}{5} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{11}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{19}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; -\frac{5}{4})$ ; 2 行目を  $-\frac{5}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{11}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{19}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3; 2; 1)$ ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{19}{4} \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{11}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{19}{5} \end{pmatrix}$$

左  $R(4; 2; -\frac{3}{5})$ ; 4 行目に 2 行目を  $-\frac{3}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{19}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & \frac{11}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{19}{5} \end{pmatrix}$$

左  $R(5; 2; -\frac{11}{5})$ ; 5 行目に 2 行目を  $-\frac{11}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{11}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{19}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2; 3; \frac{3}{4})$ ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{3}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{11}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{19}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;-\frac{11}{4})$ ; 4 列目に 2 列目を  $-\frac{11}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{19}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;-\frac{4}{3})$ ; 3 行目を  $-\frac{4}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{19}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3;-\frac{1}{4})$ ; 4 行目に 3 行目を  $-\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{19}{3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} \end{pmatrix}$$

左  $R(5,3;-\frac{1}{4})$ ; 5 行目に 3 行目を  $-\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{19}{3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4;\frac{19}{3})$ ; 4列目に3列目を  $\frac{19}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(4,3)$ ; 4行目を3倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,4;\frac{2}{3})$ ; 5行目に4行目を  $\frac{2}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4

回答 6

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素  $(1, 1)$  が0なので、0でない要素を探したところ、 $(1, 2)$  に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右  $P(1,2)$ ; 1列目と2列目を交換

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-1)$  ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-1)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,3;2)$  ; 3 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;-1)$  ; 2 行目を  $-1$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;-1)$  ; 3 行目に 2 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; -1/2) ; 1行目を -1/2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;3) ; 2行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-2) ; 3行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-1) ; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 8

$$\begin{pmatrix} -9 & 9 & -3 \\ -9 & 9 & -3 \\ 6 & -6 & 2 \\ 9 & -9 & 3 \\ -9 & 9 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{9})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{9}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} \\ -9 & 9 & -3 \\ 6 & -6 & 2 \\ 9 & -9 & 3 \\ -9 & 9 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;9)$ ; 2 行目に 1 行目を 9 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & -6 & 2 \\ 9 & -9 & 3 \\ -9 & 9 & -3 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-6)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-6$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & -9 & 3 \\ -9 & 9 & -3 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-9)$ ; 4 行目に 1 行目を  $-9$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -9 & 9 & -3 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;9)$  ; 5行目に1行目を9倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$  ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{1}{3})$  ; 3列目に1列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 9

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -7 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;\frac{1}{3})$  ; 1行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -7 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;7)$  ; 2行目に1行目を7倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{2}{3})$  ; 2列目に1列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{1}{3})$  ; 3列目に1列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2,3)$  ; 2行目を3倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右  $R(2,3;4)$  ; 3列目に2列目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 10

$$\begin{pmatrix} -2 & 6 & -6 & -9 & 5 \\ 3 & 2 & -5 & -6 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & 7 & 8 & -5 \\ -3 & 1 & -7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{2})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} \\ 3 & 2 & -5 & -6 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & 7 & 8 & -5 \\ -3 & 1 & -7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-3)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & 7 & 8 & -5 \\ -3 & 1 & -7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;1)$ ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 2 & -5 & 7 & 8 & -5 \\ -3 & 1 & -7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-2)$ ; 4 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & -7 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;3)$  ; 5行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;3)$  ; 2列目に1列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-3)$  ; 3列目に1列目を $-3$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;-\frac{9}{2})$  ; 4列目に1列目を $-\frac{9}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;\frac{5}{2})$  ; 5列目に1列目を $\frac{5}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & -14 & -\frac{39}{2} & \frac{23}{2} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; \frac{1}{11})$ ; 2 行目を  $\frac{1}{11}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{14}{11} & -\frac{39}{22} & \frac{23}{22} \\ 0 & -3 & 5 & \frac{11}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;3)$ ; 3 行目に 2 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{14}{11} & -\frac{39}{22} & \frac{23}{22} \\ 0 & 0 & \frac{13}{11} & \frac{2}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;-1)$ ; 4 行目に 2 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{14}{11} & -\frac{39}{22} & \frac{23}{22} \\ 0 & 0 & \frac{13}{11} & \frac{2}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{25}{11} & \frac{17}{22} & -\frac{23}{22} \\ 0 & -8 & 2 & \frac{25}{2} & -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

左  $R(5,2;8)$ ; 5 行目に 2 行目を 8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{14}{11} & -\frac{39}{22} & \frac{23}{22} \\ 0 & 0 & \frac{13}{11} & \frac{2}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{25}{11} & \frac{17}{22} & -\frac{23}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{90}{11} & -\frac{37}{22} & \frac{63}{22} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{14}{11})$ ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{14}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{39}{22} & \frac{23}{22} \\ 0 & 0 & \frac{13}{11} & \frac{2}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{25}{11} & \frac{17}{22} & -\frac{23}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{90}{11} & -\frac{37}{22} & \frac{63}{22} \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;\frac{39}{22})$ ; 4 列目に 2 列目を  $\frac{39}{22}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{23}{22} \\ 0 & 0 & \frac{13}{11} & \frac{2}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{25}{11} & \frac{17}{22} & -\frac{23}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{90}{11} & -\frac{37}{22} & \frac{63}{22} \end{pmatrix}$$

右  $R(2,5;-\frac{23}{22})$ ; 5 列目に 2 列目を  $-\frac{23}{22}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13}{11} & \frac{2}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{25}{11} & \frac{17}{22} & -\frac{23}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{90}{11} & -\frac{37}{22} & \frac{63}{22} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;\frac{11}{13})$ ; 3 行目を  $\frac{11}{13}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{13} & -\frac{4}{13} \\ 0 & 0 & \frac{25}{11} & \frac{17}{22} & -\frac{23}{22} \\ 0 & 0 & -\frac{90}{11} & -\frac{37}{22} & \frac{63}{22} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3;-\frac{25}{11})$ ; 4 行目に 3 行目を  $-\frac{25}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{13} & -\frac{4}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{26} & -\frac{9}{26} \\ 0 & 0 & -\frac{90}{11} & -\frac{37}{22} & \frac{63}{22} \end{pmatrix}$$

左  $R(5,3;\frac{90}{11})$ ; 5行目に3行目を  $\frac{90}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{13} & -\frac{4}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{26} & -\frac{9}{26} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{26} & \frac{9}{26} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4;-\frac{2}{13})$ ; 4列目に3列目を  $-\frac{2}{13}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{4}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{26} & -\frac{9}{26} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{26} & \frac{9}{26} \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;\frac{4}{13})$ ; 5列目に3列目を  $\frac{4}{13}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{26} & -\frac{9}{26} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{26} & \frac{9}{26} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(4;\frac{26}{11})$ ; 4行目を  $\frac{26}{11}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{11} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{26} & \frac{9}{26} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,4;\frac{11}{26})$ ; 5行目に4行目を  $\frac{11}{26}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{9}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(4,5;\frac{9}{11})$ ; 5 列目に 4 列目を  $\frac{9}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4

回答 11

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & -3 & 3 \\ 6 & -9 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{3})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & -1 & 1 \\ 2 & -2 & -3 & 3 \\ 6 & -9 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-2)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{3} & -1 & 1 \\ 6 & -9 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-6)$  ; 3行目に1行目を  $-6$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{3} & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{4}{3})$  ; 2列目に1列目を  $\frac{4}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{3} & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;1)$  ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{2}{3} & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;-1)$  ; 4列目に1列目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;\frac{3}{2})$  ; 2行目を  $\frac{3}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;1)$  ; 3行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{3}{2})$ ; 3列目に2列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;-\frac{3}{2})$ ; 4列目に2列目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(3,2)$ ; 3行目を2倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右  $R(3,4;1)$ ; 4列目に3列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 12

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & -7 \\ -4 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & -3 & -7 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{4})$ ; 1 行目を  $\frac{1}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{4} \\ -4 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & -3 & -7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;4)$ ; 2 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & -3 & -7 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;4)$ ; 4 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & -3 & -7 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;-4)$ ; 5 行目に 1 行目を  $-4$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{1}{4})$ ; 2 列目に 1 列目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{1}{4})$ ; 3列目に1列目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;\frac{7}{4})$ ; 4列目に1列目を $\frac{7}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素(2,2)が0なので、0でない要素を探したところ、(3,2)に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左  $P(2,3)$ ; 2行目と3行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;-1)$ ; 2行目を $-1$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,2;-2)$  ; 5行目に2行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;1)$  ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2