

次の行列の階数 (Rank) を求めなさい。

問題 1

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -8 & 7 & 9 \\ -2 & 0 & 5 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 2

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -4 & -2 & -2 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

問題 3

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

問題 4

$$\begin{pmatrix} -8 & 3 & -2 & 9 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 5 & -4 & 4 & -4 & 3 \\ -6 & 5 & -4 & 5 & -4 \\ 8 & -8 & 6 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

問題 5

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -6 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

問題 6

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

問題 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 9 & -4 \\ 2 & -9 & 4 \\ 2 & -9 & 4 \\ -2 & 9 & -4 \\ -2 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

問題 8

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 4 & -4 \\ -2 & -2 & -4 & -4 & 4 \\ 3 & 3 & 6 & 6 & -6 \end{pmatrix}$$

問題 9

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & -1 & 4 \\ 6 & -1 & -2 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

問題 10

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 3 \\ 5 & -3 & 0 & -6 \\ -4 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

問題 11

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 3 & -3 & -9 \\ 1 & -1 & -3 \\ -3 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

問題 12

$$\begin{pmatrix} -4 & 9 & -7 \\ 4 & -9 & 7 \\ -4 & 9 & -7 \\ -4 & 9 & -7 \\ 4 & -9 & 7 \end{pmatrix}$$

## 解答

回答 1

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -8 & 7 & 9 \\ -2 & 0 & 5 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{2})$ ; 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -4 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ -2 & 0 & 5 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;2)$ ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -4 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-1)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -4 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;-\frac{1}{2})$ ; 2 列目に 1 列目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;4)$ ; 3 列目に 1 列目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;  $-\frac{7}{2}$ ) ; 4列目に1列目を  $-\frac{7}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;  $-\frac{9}{2}$ ) ; 5列目に1列目を  $-\frac{9}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;  $\frac{1}{2}$ ) ; 3行目に2行目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;3) ; 3列目に2列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-4) ; 4列目に2列目を  $-4$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,5;-5)$  ; 5 列目に 2 列目を  $-5$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;2)$  ; 3 行目を 2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右  $R(3,4;1)$  ; 4 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;2)$  ; 5 列目に 3 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 2

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -4 & -2 & -2 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{2})$  ; 1 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ -4 & -2 & -2 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
行を掃き出します。

左 R(2,1;4) ; 2行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-6) ; 3行目に1行目を-6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;- $\frac{1}{2}$ ) ; 2列目に1列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;- $\frac{1}{2}$ ) ; 3列目に1列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4; $\frac{1}{2}$ ) ; 4列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 3

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-2) ; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 4 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-1) ; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;3)$  ; 4行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;2)$  ; 2列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-4)$  ; 3列目に1列目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,2;3)$  ; 4行目に2行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;3)$  ; 3列目に2列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2



回答 4

$$\begin{pmatrix} -8 & 3 & -2 & 9 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 5 & -4 & 4 & -4 & 3 \\ -6 & 5 & -4 & 5 & -4 \\ 8 & -8 & 6 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{8})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{8}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} & -\frac{9}{8} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 5 & -4 & 4 & -4 & 3 \\ -6 & 5 & -4 & 5 & -4 \\ 8 & -8 & 6 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-1)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} & -\frac{9}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 5 & -4 & 4 & -4 & 3 \\ -6 & 5 & -4 & 5 & -4 \\ 8 & -8 & 6 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-5)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-5$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} & -\frac{9}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ -6 & 5 & -4 & 5 & -4 \\ 8 & -8 & 6 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;6)$ ; 4 行目に 1 行目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} & -\frac{9}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 8 & -8 & 6 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;-8)$  ; 5 行目に 1 行目を  $-8$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} & -\frac{9}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{3}{8})$  ; 2 列目に 1 列目を  $\frac{3}{8}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{9}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{1}{4})$  ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{9}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;\frac{9}{8})$  ; 4 列目に 1 列目を  $\frac{9}{8}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;-\frac{1}{2})$  ; 5 列目に 1 列目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{11}{8} & -\frac{5}{4} & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; \frac{8}{11})$ ; 2 行目を  $\frac{8}{11}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{11} & -\frac{7}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & -\frac{17}{8} & \frac{11}{4} & \frac{13}{8} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2; \frac{17}{8})$ ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{17}{8}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{11} & -\frac{7}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{9}{11} & \frac{3}{11} & -\frac{3}{11} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{4} & -1 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2; -\frac{11}{4})$ ; 4 行目に 2 行目を  $-\frac{11}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{11} & -\frac{7}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{9}{11} & \frac{3}{11} & -\frac{3}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,2; 5)$ ; 5 行目に 2 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{11} & -\frac{7}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{9}{11} & \frac{3}{11} & -\frac{3}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3; \frac{10}{11})$ ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{10}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{11} & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{9}{11} & \frac{3}{11} & -\frac{3}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;\frac{7}{11})$ ; 4 列目に 2 列目を  $\frac{7}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{4}{11} \\ 0 & 0 & \frac{9}{11} & \frac{3}{11} & -\frac{3}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$$

右  $R(2,5;\frac{4}{11})$ ; 5 列目に 2 列目を  $\frac{4}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9}{11} & \frac{3}{11} & -\frac{3}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;\frac{11}{9})$ ; 3 行目を  $\frac{11}{9}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{11} & -\frac{2}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(5,3;\frac{6}{11})$ ; 5 行目に 3 行目を  $\frac{6}{11}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4;-\frac{1}{3})$  ; 4列目に3列目を  $-\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;\frac{1}{3})$  ; 5列目に3列目を  $\frac{1}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 5

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -6 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;6)$  ; 2行目に1行目を6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -6 & 15 \\ 1 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-1)$  ; 3行目に1行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -6 & 15 \\ 0 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;1)$  ; 4行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -6 & 15 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$  ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & 15 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-1)$  ; 3列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 15 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;-\frac{1}{6})$  ; 2行目を $-\frac{1}{6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;-2)$  ; 3行目に2行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{5}{2})$  ; 3列目に2列目を $\frac{5}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

回答 6

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;-1)$  ; 1行目を $-1$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & -3 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,1;-1)$  ; 3行目に1行目を $-1$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$  ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;2)$  ; 3列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-1) ; 4列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;-1) ; 5列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;2) ; 3行目に2行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;2) ; 3列目に2列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;2) ; 4列目に2列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



右  $R(2,5;1)$  ; 5 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 7

$$\begin{pmatrix} -2 & 9 & -4 \\ 2 & -9 & 4 \\ 2 & -9 & 4 \\ -2 & 9 & -4 \\ -2 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{2})$  ; 1 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{2} & 2 \\ 2 & -9 & 4 \\ 2 & -9 & 4 \\ -2 & 9 & -4 \\ -2 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-2)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & -9 & 4 \\ -2 & 9 & -4 \\ -2 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-2)$  ; 3 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 9 & -4 \\ -2 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;2)$  ; 4行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;2)$  ; 5行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{9}{2})$  ; 2列目に1列目を $\frac{9}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-2)$  ; 3列目に1列目を $-2$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 8

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 4 & -4 \\ -2 & -2 & -4 & -4 & 4 \\ 3 & 3 & 6 & 6 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{2})$ ; 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & -4 & -4 & 4 \\ 3 & 3 & 6 & 6 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;2)$ ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 6 & 6 & -6 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-3)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;-1)$ ; 2 列目に 1 列目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-2)$ ; 3 列目に 1 列目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;-2)$ ; 4 列目に 1 列目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;2)$  ; 5 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 9

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & -1 & 4 \\ 6 & -1 & -2 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;\frac{1}{2})$  ; 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -4 & 2 & -1 & -1 & 4 \\ 6 & -1 & -2 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;4)$  ; 2 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -9 & -3 & 4 \\ 6 & -1 & -2 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-6)$  ; 3 行目に 1 行目を  $-6$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -9 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 10 & 5 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-2)$  ; 4行目に1行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -9 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 10 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & -3 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;2)$  ; 5行目に1行目を  $2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -9 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 10 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$  ; 2列目に1列目を  $1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -9 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 10 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;2)$  ; 3列目に1列目を  $2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -9 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 10 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;\frac{1}{2})$  ; 4列目に1列目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -9 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 10 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; -\frac{1}{2})$ ; 2 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{9}{2} & \frac{3}{2} & -2 \\ 0 & 5 & 10 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(3,2;-5)$ ; 3 行目に 2 行目を  $-5$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{9}{2} & \frac{3}{2} & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{5}{2} & 5 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;-1)$ ; 4 行目に 2 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{9}{2} & \frac{3}{2} & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{5}{2} & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(2,3;-\frac{9}{2})$ ; 3 列目に 2 列目を  $-\frac{9}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{5}{2} & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;-\frac{3}{2})$ ; 4 列目に 2 列目を  $-\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{5}{2} & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;2) ; 5 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{5}{2} & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;  $-\frac{2}{25}$ ) ; 3 行目を  $-\frac{2}{25}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;  $-\frac{5}{2}$ ) ; 4 行目に 3 行目を  $-\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,3;5) ; 5 行目に 3 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右  $R(3,4;-\frac{1}{5})$  ; 4 列目に 3 列目を  $-\frac{1}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;\frac{2}{5})$  ; 5 列目に 3 列目を  $\frac{2}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 10

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 3 \\ 5 & -3 & 0 & -6 \\ -4 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{2})$  ; 1 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 5 & -3 & 0 & -6 \\ -4 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-5)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-5$  倍して、加える



$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -4 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;4) ; 3行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-2) ; 4行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-2) ; 5行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $\frac{1}{2}$ ) ; 2列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{1}{2})$  ; 3列目に1列目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;\frac{3}{2})$  ; 4列目に1列目を  $\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(2;-2)$  ; 2行目を  $-2$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右  $R(2,3;-5)$  ; 3列目に2列目を  $-5$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;3)$  ; 4列目に2列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3; \frac{1}{3})$ ; 3 行目を  $\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(4,3;1)$ ; 4 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,3;2)$ ; 5 行目に 3 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

回答 11

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 3 & -3 & -9 \\ 1 & -1 & -3 \\ -3 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左  $R(2,1;-3)$  ; 2行目に1行目を  $-3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \\ -3 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-1)$  ; 3行目に1行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;3)$  ; 4行目に1行目を  $3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,1;3)$  ; 5行目に1行目を  $3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;3) ; 3列目に1列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

回答 12

$$\begin{pmatrix} -4 & 9 & -7 \\ 4 & -9 & 7 \\ -4 & 9 & -7 \\ -4 & 9 & -7 \\ 4 & -9 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1;  $-\frac{1}{4}$ ) ; 1行目を  $-\frac{1}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 4 & -9 & 7 \\ -4 & 9 & -7 \\ -4 & 9 & -7 \\ 4 & -9 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ -4 & 9 & -7 \\ -4 & 9 & -7 \\ 4 & -9 & 7 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;4) ; 3行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -4 & 9 & -7 \\ 4 & -9 & 7 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;4) ; 4行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & -9 & 7 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-4) ; 5行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $\frac{9}{4}$ ) ; 2列目に1列目を $\frac{9}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{7}{4})$  ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{7}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{rank} = 1$$