

代幾 I 演習 (2005/07/07)

問題 143

1. $T_1 : K^n \rightarrow K^m$ と $T_2 : K^n \rightarrow K^m$ がともに線型写像ならば $T(x) = T_1(x) + T_2(x)$ で定義される $T : K^n \rightarrow K^m$ も線型写像となることを示せ。
2. $T_1 : K^n \rightarrow K^m$ 線型写像ならば $T(x) = cT_1(x)$ で定義される $T : K^n \rightarrow K^m$ も線型写像となることを示せ。
3. $T_1 : K^n \rightarrow K^m$ と $T_2 : K^m \rightarrow K^l$ がともに線型写像ならば $T_2 \circ T_1 : K^n \rightarrow K^l$ も線型写像となることを示せ。

問題 144 演習書の p.25 の類題 1 を解きなさい。

問題 145 演習書の p.27 の類題 3 を解きなさい。

問題 146 次の基本行列の成分を具体的に表してみよ。

1. $P_4(1, 4)$,
2. $R_3(2, 3; 3)$,
3. $Q_2(2; 2)$,
4. $P_2(1, 2)$,
5. $R_4(3, 1; -1)$

問題 147 次の基本行列の転置行列を求めよ。

1. $P_4(2, 4)$,
2. $Q_3(3; -2)$,
3. $R_4(3, 1; 3)$

次の基本行列の転置行列はどのような基本行列になるか。

4. $P_n(i, j)$,
5. $Q_n(i; c)$,
6. $R_n(i, j; c)$

問題 148 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$ とする。

次の基本行列と A の積を実際に計算し、どのような基本変形を施したかになっているかを述べよ。

1. $P_3(1, 3)A$,
2. $Q_3(3; -2)A$,
3. $R_3(3, 2; -2)A$,
4. $AP_4(2, 4)$,
5. $AQ_4(2; -2)$,
6. $AR_4(1, 4; 1)$

問題 149 演習書の p.11 の類題 5 を解きなさい。

問題 150 演習書の p.19 の 1 章の問題の 1.7 を解きなさい。

問題 151 演習書の p.66 の 4 章の問題の 4.1 を解きなさい。

問題 152 次の基本変形を行うためにはどの基本行列を右と左のどちらからかければよいかを答えよ。

- (4, 3) 行列の 2 行目に 1 行目の -3 倍を加える。
- (3, 3) 行列の 2 列目を 3 倍する。
- (2, 4) 行列の 3 列目と 4 列目を交換する。
- (3, 5) 行列の 3 行目を -1 倍する。
- (4, 3) 行列の 3 列目に 1 列目の 2 倍を加える。
- (2, 4) 行列の 1 行目と 2 行目を交換する。

問題 153 次の行列の逆行列を求め成分で具体的に表せ。

- $P_3(2, 3)$, 2. $R_2(2, 1; 4)$, 3. $P_3(2, 3)Q_3(2; 4)$,
- $R_3(1, 2; 4)P_3(1, 2)R_3(3, 1; -2)R_3(1, 3; 2)$,
- $P_2(1, 2)R_2(2, 1; 1)R_2(1, 2; -2)Q_2(1; 3)$,
- $R_3(3, 2; 2)Q_3(1; 2)P_3(2, 3)R_3(1, 2; 1)Q_3(3; 2)R(1, 3; -1)R_3(2, 1; 2)$

問題 154 次の行列の階数 (rank) を求めよ。

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, 2. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, 3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,
- $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, 5. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$, 6. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,
- $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, 8. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 9. $\begin{pmatrix} 4 & -7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 2 \\ -1 & 5 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

問題 155 次の基本行列の積を基本行列をかけることは基本変形を行うことであるということを用いて計算せよ。

- 基本行列は 2 次とする。

$$Q(1; -2)R(2, 1; 1)Q(1; 2)R(1, 2; -2)Q(2; 3)P(1, 2)R(1, 2; 4)R(2, 1; 3)P(1, 2)$$

- 基本行列は 3 次とする。

$$R(3, 2; 3)R(2, 3; 3)P(1, 3)P(2, 3)Q(1; 3)R(2, 1; -2)P(1, 3)R(1, 2; -1)R(2, 3; 2)Q(2; -2)$$