

## 代幾 I 計算演習 (2006/04/20)

問 1. 次の計算を行いなさい。

$\alpha = 1 + i, \beta = 2 - 3i$  の時、次の計算をしなさい。

1. Q.  $\alpha + \beta$

A.

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= (1 + i) + (2 - 3i) \\ &= (1 + 2) + (i - 3i) \\ &= (1 + 2) + (1 - 3)i \\ &= 3 + (-2)i \\ &= 3 - 2i\end{aligned}$$

2. Q.  $\alpha - \beta$

A.

$$\begin{aligned}\alpha - \beta &= (1 + i) - (2 - 3i) \\ &= (1 - 2) + (i + 3i) \\ &= (1 - 2) + (1 + 3)i \\ &= (-2) + (4)i \\ &= -2 + 4i\end{aligned}$$

3. Q.  $\alpha \times \beta$

A.

$$\begin{aligned}\alpha \times \beta &= (1 + i) \times (2 - 3i) \\ &= 1 \times (2 - 3i) + i \times (2 - 3i) \\ &= (1 \times 2) - (1 \times 3i) + (i \times 2) - (i \times 3i) \\ &= 2 - 3i + 2i - 3i^2 \\ &= 2 - 3i + 2i - 3(-1) \\ &= 2 - 3i + 2i + 3 \\ &= (2 + 3) + (-3i + 2i) \\ &= (2 + 3) + (-3 + 2)i \\ &= 5 + (-1)i \\ &= 5 - 1i\end{aligned}$$

4. Q.  $\frac{\alpha}{\beta}$

A.

$$\begin{aligned}\frac{\alpha}{\beta} &= \frac{(1+i)}{(2-3i)} \\ &= \frac{(1+i)(2-3i)}{(2-3i)(2-3i)} \\ &= \frac{(1+i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} \\ &= \frac{(2-3i)(2+3i)}{2+3i+2i-3} \\ &= \frac{2^2 + (-3)^2}{-1+5i} \\ &= \frac{13}{-1+5i} \\ &= -\frac{1}{13} + \frac{5}{13}i\end{aligned}$$

5. Q.  $\operatorname{Re}(\beta)$

A.

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(\beta) &= \operatorname{Re}(2-3i) \\ &= 2\end{aligned}$$

6. Q.  $\operatorname{Im}(\beta)$

A.

$$\begin{aligned}\operatorname{Im}(\beta) &= \Im 2-3i \\ &= -3\end{aligned}$$

7. Q.  $\bar{\beta}$

A.

$$\begin{aligned}\bar{\beta} &= \overline{2-3i} \\ &= 2+3i\end{aligned}$$

8. Q.  $|\beta|$

A.

$$\begin{aligned}|\beta| &= \sqrt{2^2+3^2} \\ &= \sqrt{4+9} \\ &= \sqrt{13}\end{aligned}$$

問 2. 次の  $\alpha, \beta$  に対して、問 1 と同様の計算を行いなさい。

1. **Q.**  $\alpha = -1 + 2i$ ,  $\beta = 5 + 5i$

**A.** 1-1.  $4 + 7i$ , 1-2.  $-6 - 3i$ , 1-3.  $-15 + 5i$ , 1-4.  $\frac{5+15i}{50}$ , 1-5.  $5$ , 1-6.  $5$ , 1-7.  $5 - 5i$ , 1-8.  $\sqrt{50}$

2. **Q.**  $\alpha = -4 - i$ ,  $\beta = -2 - 4i$

**A.** 2-1.  $-6 - 5i$ , 2-2.  $-2 + 3i$ , 2-3.  $4 + 18i$ , 2-4.  $\frac{12-14i}{20}$ , 2-5.  $-2$ , 2-6.  $-4$ , 2-7.  $-2 + 4i$ , 2-8.  $\sqrt{20}$

3. **Q.**  $\alpha = -3 + i$ ,  $\beta = 5 - 5i$

**A.** 3-1.  $2 - 4i$ , 3-2.  $-8 + 6i$ , 3-3.  $-10 + 20i$ , 3-4.  $\frac{-20-10i}{50}$ , 3-5.  $5$ , 3-6.  $-5$ , 3-7.  $5 + 5i$ , 3-8.  $\sqrt{50}$

4. **Q.**  $\alpha = 3 - 4i$ ,  $\beta = 3$

**A.** 4-1.  $6 - 4i$ , 4-2.  $-4i$ , 4-3.  $9 - 12i$ , 4-4.  $\frac{9-12i}{9}$ , 4-5.  $3$ , 4-6.  $0$ , 4-7.  $3$ , 4-8.  $\sqrt{9}$

5. **Q.**  $\alpha = -4 - 2i$ ,  $\beta = -5 + 3i$

**A.** 5-1.  $-9 + i$ , 5-2.  $1 - 5i$ , 5-3.  $26 - 2i$ , 5-4.  $\frac{14+22i}{34}$ , 5-5.  $-5$ , 5-6.  $3$ , 5-7.  $-5 - 3i$ , 5-8.  $\sqrt{34}$

6. **Q.**  $\alpha = 4 + i$ ,  $\beta = 2 - i$

**A.** 6-1.  $6$ , 6-2.  $2 + 2i$ , 6-3.  $9 - 2i$ , 6-4.  $\frac{7+6i}{5}$ , 6-5.  $2$ , 6-6.  $-1$ , 6-7.  $2 + i$ , 6-8.  $\sqrt{5}$

7. **Q.**  $\alpha = 5 - 4i$ ,  $\beta = 2 + 4i$

**A.** 7-1.  $7$ , 7-2.  $3 - 8i$ , 7-3.  $26 + 12i$ , 7-4.  $\frac{-6-28i}{20}$ , 7-5.  $2$ , 7-6.  $4$ , 7-7.  $2 - 4i$ , 7-8.  $\sqrt{20}$