代幾 I 計算演習 [問題] (2006/07/13)

問. 次の行列の rank を計算しなさい。

Q.1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

Q.3

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & -2 \\ 5 & 5 & -5 & -5 \\ -5 & -5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Q.4

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Q.5

$$\begin{pmatrix} -5 & 5 & -5 & -8 & -5 \\ 2 & -2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.6

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ -6 & 2 & -4 & 2 & -2 \\ 7 & -5 & 7 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.7

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -4 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Q.8

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.9

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.10

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ -3 & 5 & -3 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

Q.11

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ -6 & -1 & 6 & 4 & -3 \\ -8 & 2 & 3 & 8 & -4 \\ 4 & -1 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.12

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -5 & -1 & 5 & -2 & -6 \\ 7 & 1 & -7 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

代幾 I 計算演習 [解答] (2006/07/13)

A.1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;−1) ; 2 行目に 1 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;2) ; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;$\frac{1}{-1}$) ; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;−2) ; 3 行目に 2 行目を −2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;2) ; 3 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.2

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{2}$) ; 1 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;−3) ; 3 行目に 1 行目を −3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;$\frac{1}{2}$) ; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;$\frac{1}{2}$) ; 3 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(3, 2) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(2,3) ; 2 行目と 3 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;$\frac{2}{-5}$) ; 2 行目を $\frac{2}{-5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,2;−7) ; 4 行目に 2 行目を −7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;$\frac{3}{5}$) ; 3 列目に 2 列目を $\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(4, 3) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,4) ; 3 行目と 4 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;5) ; 3 行目を 5 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.3

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 & -2 \\ 5 & 5 & -5 & -5 \\ -5 & -5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{2}$) ; 1 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 5 & 5 & -5 & -5 \\ -5 & -5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;−5) ; 2 行目に 1 行目を −5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;5) ; 3 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;−1) ; 2 列目に 1 列目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.4

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{2}$) ; 1 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -2 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;−1) ; 3 行目に 1 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;$-\frac{3}{2}$) ; 2 列目に 1 列目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;$-\frac{1}{2}$) ; 3 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;$\frac{3}{2}$) ; 4 列目に 1 列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;$\frac{1}{2}$) ; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;2) ; 4 行目に 2 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;2) ; 3 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-2) ; 4 列目に 2 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3 行目を 2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 R(3,4;1) ; 4 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.5

$$\begin{pmatrix} -5 & 5 & -5 & -8 & -5 \\ 2 & -2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{-5}$) ; 1 行目を $\frac{1}{-5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{8}{5} & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;−2) ; 2 行目に 1 行目を −2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{8}{5} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{5} & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;−1) ; 3 行目に 1 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{8}{5} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{8}{5} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;−1) ; 3 列目に 1 列目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{8}{5} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;$-\frac{8}{5}$) ; 4 列目に 1 列目を $-\frac{8}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;−1) ; 5 列目に 1 列目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(2, 4) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(2,4) ; 2 列目と 4 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;$\frac{5}{-11}$) ; 2 行目を $\frac{5}{-11}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{5} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;$-\frac{7}{5}$) ; 3 行目に 2 行目を $-\frac{7}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.6

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ -6 & 2 & -4 & 2 & -2 \\ 7 & -5 & 7 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{3}$) ; 1 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -6 & 2 & -4 & 2 & -2 \\ 7 & -5 & 7 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;6) ; 2 行目に 1 行目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & -5 & 7 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;−7) ; 3 行目に 1 行目を −7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} \\ -3 & 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;3) ; 4 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;$\frac{1}{3}$) ; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;$-\frac{2}{3}$) ; 3 列目に 1 列目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;$\frac{1}{3}$) ; 4 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;$-\frac{1}{3}$) ; 5 列目に 1 列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(3, 2) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(2,3) ; 2 行目と 3 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & \frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;$\frac{3}{-8}$) ; 2 行目を $\frac{3}{-8}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{8} & -\frac{1}{8} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 R(2,3;$\frac{7}{8}$) ; 3 列目に 2 列目を $\frac{7}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{8} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;$\frac{1}{8}$) ; 4 列目に 2 列目を $\frac{1}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;1) ; 5 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.7

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -4 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{-1}$) ; 1 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ 2 & -4 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;−2) ; 2 行目に 1 行目を −2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ -2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;2) ; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;−1) ; 4 行目に 1 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;2) ; 2 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;−2) ; 4 列目に 1 列目を −2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(2, 3) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(2,3) ; 2 列目と 3 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;$\frac{1}{3}$) ; 2 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;−1) ; 3 行目に 2 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;2) ; 4 行目に 2 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,4;1) ; 4 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(3, 4) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(3,4) ; 3 列目と 4 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;$\frac{1}{3}$) ; 3 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;2) ; 4 行目に 3 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.8

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{-3}$) ; 1 行目を $\frac{1}{-3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;−1) ; 2 行目に 1 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;$-\frac{1}{3}$) ; 3 列目に 1 列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;$\frac{2}{3}$) ; 4 列目に 1 列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;$\frac{4}{3}$) ; 3 列目に 2 列目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;$-\frac{5}{3}$) ; 4 列目に 2 列目を $-\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;$\frac{3}{-1}$) ; 3 行目を $\frac{3}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 R(3,4;2) ; 4 列目に 3 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.9

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{2}$) ; 1 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;2) ; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;−2) ; 4 行目に 1 行目を −2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;$\frac{1}{2}$) ; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;$\frac{1}{2}$) ; 4 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(2, 3) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(2,3) ; 2 列目と 3 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;$\frac{1}{-1}$) ; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,2;−1) ; 4 行目に 2 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,4;2) ; 4 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(4, 4) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,4) ; 3 行目と 4 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 P(3,4) ; 3 列目と 4 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ -3 & 5 & -3 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{3}$) ; 1 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{3} & 1 \\ -3 & 5 & -3 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;3) ; 2 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;−3) ; 3 行目に 1 行目を −3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;$\frac{5}{3}$) ; 2 列目に 1 列目を $\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;−1) ; 3 列目に 1 列目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.11

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ -6 & -1 & 6 & 4 & -3 \\ -8 & 2 & 3 & 8 & -4 \\ 4 & -1 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 6 & 4 & -3 \\ -8 & 2 & 3 & 8 & -4 \\ 4 & -1 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;6) ; 3 行目に 1 行目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & -2 & 3 \\ -8 & 2 & 3 & 8 & -4 \\ 4 & -1 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;8) ; 4 行目に 1 行目を 8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -13 & 0 & 4 \\ 4 & -1 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;−4) ; 5 行目に 1 行目を −4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,3;2) ; 3 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;−1) ; 5 列目に 1 列目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;−2) ; 4 行目に 2 行目を −2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;1) ; 5 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;$\frac{1}{-6}$) ; 3 行目を $\frac{1}{-6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -13 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;13) ; 4 行目に 3 行目を 13 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{13}{3} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,3;−8) ; 5 行目に 3 行目を −8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{13}{3} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(3,4;$-\frac{1}{3}$) ; 4 列目に 3 列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{13}{3} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(3,5;$\frac{1}{2}$) ; 5 列目に 3 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{13}{3} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;$\frac{3}{13}$) ; 4 行目を $\frac{3}{13}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{15}{26} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(5,4;$\frac{5}{3}$) ; 5 行目に 4 行目を $\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{15}{26} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{26} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(4,5;$\frac{15}{26}$) ; 5 列目に 4 列目を $\frac{15}{26}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{26} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(5;26) ; 5 行目を 26 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

A.12

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -5 & -1 & 5 & -2 & -6 \\ 7 & 1 & -7 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;$\frac{1}{-2}$) ; 1 行目を $\frac{1}{-2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -5 & -1 & 5 & -2 & -6 \\ 7 & 1 & -7 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;5) ; 2 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -6 \\ 7 & 1 & -7 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;−7) ; 3 行目に 1 行目を −7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -6 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 7 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -6 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 7 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;$-\frac{1}{2}$) ; 4 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -6 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;$\frac{1}{-1}$) ; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;−1) ; 3 行目に 2 行目を −1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,4;$\frac{1}{2}$) ; 4 列目に 2 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;-6) ; 5 列目に 2 列目を -6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(3, 5) に 0 でない要素をみつけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(3,5) ; 3 列目と 5 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3