

代幾 I 計算演習 [問題] (2006/09/28)

問. 次の行列の rank を計算しなさい。

Q.1

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & -3 & 5 & 1 \\ -6 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ 8 & -4 & 1 & 9 & -1 \\ -3 & 2 & 1 & -5 & 0 \\ 9 & -4 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.3

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Q.4

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Q.5

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & -5 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & -4 & -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Q.6

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Q.7

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ -4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.8

$$\begin{pmatrix} -6 & -6 & 3 & 6 & 6 \\ 8 & 8 & -4 & -8 & -8 \\ 2 & 2 & -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.9

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Q.10

$$\begin{pmatrix} -4 & -5 & 5 & -8 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & -2 & -4 & 9 \\ 1 & 6 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Q.11

$$\begin{pmatrix} -8 & 2 & 6 & -4 \\ -4 & 1 & 3 & -6 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & -3 & 7 \\ 8 & -2 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

Q.12

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.13

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 4 & 4 & -4 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & -4 & 4 \\ -4 & -4 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.14

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.15

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 & 3 & -2 \\ 6 & -9 & 1 & -6 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.16

$$\begin{pmatrix} -5 & -1 & -6 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.17

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & -4 & 1 \\ -2 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.18

$$\begin{pmatrix} 5 & -4 & -1 & 6 & -2 \\ 3 & -3 & -3 & 9 & -3 \\ -1 & 5 & -3 & -4 & 3 \\ -5 & 5 & 1 & -8 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Q.19

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & 2 & 2 \\ -2 & -3 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -5 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.20

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Q.21

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.22

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

Q.23

$$\begin{pmatrix} -5 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 8 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

Q.24

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & -4 & 2 & -6 \\ -4 & -4 & 8 & -2 & 6 \\ -2 & 4 & 4 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Q.25

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Q.26

$$\begin{pmatrix} -7 & -3 & 8 \\ 7 & 3 & -8 \\ 7 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

Q.27

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.28

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.29

$$\begin{pmatrix} 8 & 7 & -8 & 4 & -7 \\ -5 & -4 & 5 & -2 & 4 \\ -5 & -4 & 5 & -2 & 4 \\ 8 & 4 & -8 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Q.30

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.31

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.32

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 & 8 & -4 \\ 4 & 7 & -9 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 5 & -9 & 9 \\ 5 & -5 & -1 & -4 & 0 \\ -5 & 7 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.33

$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & -3 & 3 \\ 4 & 6 & 4 & -4 \\ 6 & 4 & 6 & -5 \\ -2 & -7 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Q.34

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -6 \\ 3 & -1 & -3 \\ -9 & 3 & 9 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Q.35

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & -4 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.36

$$\begin{pmatrix} -6 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 4 & -1 & -5 & 2 & -7 \\ -4 & 0 & -1 & 4 & -6 \\ 2 & 1 & -1 & -3 & 5 \\ 5 & -3 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

代幾 I 計算演習 [解答] (2006/09/28)

A.1

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,1;-4)$; 3 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;1)$; 4 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;1)$; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;1)$; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-1)$; 4 列目に 1 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;\frac{1}{-2})$; 2 行目を $\frac{1}{-2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-2)$; 3 行目に 2 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;-\frac{3}{2})$; 3 列目に 2 列目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;\frac{3}{2})$; 4 列目に 2 列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.2

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & -3 & 5 & 1 \\ -6 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ 8 & -4 & 1 & 9 & -1 \\ -3 & 2 & 1 & -5 & 0 \\ 9 & -4 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{5})$; 1行目を $\frac{1}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ -6 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ 8 & -4 & 1 & 9 & -1 \\ -3 & 2 & 1 & -5 & 0 \\ 9 & -4 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;6)$; 2行目に1行目を6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{8}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & \frac{1}{5} \\ 8 & -4 & 1 & 9 & -1 \\ -3 & 2 & 1 & -5 & 0 \\ 9 & -4 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-8)$; 3行目に1行目を-8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{8}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & \frac{29}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ -3 & 2 & 1 & -5 & 0 \\ 9 & -4 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;3)$; 4行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{8}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & \frac{29}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{4}{5} & -2 & \frac{4}{5} \\ 9 & -4 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;-9)$; 5行目に1行目を-9倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{5} & -\frac{3}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{8}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & \frac{29}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{4}{5} & -2 & \frac{4}{5} \\ 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{17}{5} & -5 & -\frac{14}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{3}{5})$; 2列目に1列目を $\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{5} & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{8}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & \frac{29}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{4}{5} & -2 & \frac{4}{5} \\ 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{17}{5} & -5 & -\frac{14}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{3}{5})$; 3列目に1列目を $\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{8}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & \frac{29}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{4}{5} & -2 & \frac{4}{5} \\ 0 & -\frac{17}{5} & -\frac{17}{5} & -5 & -\frac{14}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-1)$; 4列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{13}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & -\frac{13}{5} \\ 0 & \frac{29}{5} & \frac{4}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & -2 & -2 & -\frac{13}{5} \\ 0 & \frac{17}{5} & -5 & -5 & -\frac{13}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;-\frac{1}{5})$; 5 列目に 1 列目を $-\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{13}{5} & -\frac{13}{5} & 7 & -\frac{13}{5} \\ 0 & \frac{29}{5} & \frac{4}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & -2 & -2 & -\frac{13}{5} \\ 0 & \frac{17}{5} & -5 & -5 & -\frac{13}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;-\frac{5}{8})$; 2 行目を $-\frac{5}{8}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{13}{8} & -\frac{35}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & \frac{4}{5} & \frac{29}{5} & 1 & -\frac{13}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & -2 & -2 & -\frac{13}{5} \\ 0 & \frac{17}{5} & -5 & -5 & -\frac{13}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-\frac{4}{5})$; 3 行目に 2 行目を $-\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{13}{8} & -\frac{35}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & \frac{1}{5} & -\frac{4}{5} & -2 & -\frac{13}{5} \\ 0 & \frac{17}{5} & -5 & -5 & -\frac{13}{5} \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;-\frac{1}{5})$; 4 行目に 2 行目を $-\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{13}{8} & -\frac{35}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & \frac{7}{5} & \frac{17}{5} & -5 & -\frac{13}{5} \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;-\frac{7}{5})$; 5 行目に 2 行目を $-\frac{7}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{13}{8} & -\frac{35}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;-\frac{13}{8})$; 3 列目に 2 列目を $-\frac{13}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{35}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;\frac{35}{8})$; 4 列目に 2 列目を $\frac{35}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{8} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;\frac{1}{8})$; 5 列目に 2 列目を $\frac{1}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;\frac{2}{9})$; 3 行目を $\frac{2}{9}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -\frac{5}{9} \\ 0 & 0 & -\frac{9}{8} & -\frac{9}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & \frac{9}{8} & \frac{9}{8} & -\frac{5}{8} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;\frac{9}{8})$; 4行目に3行目を $\frac{9}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -\frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9}{8} & \frac{9}{8} & -\frac{5}{8} \end{pmatrix}$$

左 $R(5,3;-\frac{9}{8})$; 5行目に3行目を $-\frac{9}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -\frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4;-1)$; 4列目に3列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;\frac{5}{9})$; 5列目に3列目を $\frac{5}{9}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.3

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{-2})$; 1行目を $\frac{1}{-2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -3 & 1 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;3)$; 3行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 4 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-4)$; 4行目に1行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{1}{2})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;-\frac{1}{2})$; 3 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-\frac{1}{2})$; 4 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2,2)$; 2 行目を 2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;\frac{1}{2})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;1)$; 3 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;1)$; 4 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.4

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{5})$; 1 行目を $\frac{1}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{4}{5} \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{4}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{1}{5})$; 2列目に1列目を $-\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{4}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{4}{5})$; 3列目に1列目を $\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2;\frac{5}{-4})$; 2行目を $\frac{5}{-4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-1)$; 3行目に2行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;\frac{1}{4})$; 3列目に2列目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3;4)$; 3行目を4倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.5

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & -5 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & -4 & -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{-1})$; 1行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & -5 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & -4 & -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;2)$; 2行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & -4 & -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-1)$; 3行目に1行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & -4 & -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-1) ; 4 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -6 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-2) ; 2 列目に 1 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -6 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -6 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -6 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{-1}$) ; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -6 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-3) ; 3 行目に 2 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;6) ; 4 行目に 2 行目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,5;1) ; 5 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;2) ; 4 行目に 3 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.6

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;1); 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;1); 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-2); 2列目に1列目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1); 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;2); 4列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.7

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ -4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{3}$); 1行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ -4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2); 2行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 2 & -3 & 0 \\ -4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-2); 3行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ -4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;4); 4行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{4}{3})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{2}{3})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;3)$; 2 行目を 3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;\frac{1}{3})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;-\frac{2}{3})$; 4 行目に 2 行目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;4)$; 3 列目に 2 列目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(4, 3) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 $P(3,4)$; 3 行目と 4 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.8

$$\begin{pmatrix} -6 & -6 & 3 & 6 & 6 \\ 8 & 8 & -4 & -8 & -8 \\ 2 & 2 & -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;-\frac{1}{6})$; 1 行目を $-\frac{1}{6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -1 \\ 8 & 8 & -4 & -8 & -8 \\ 2 & 2 & -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-8)$; 2 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

A.9

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-2) ; 3行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-1) ; 2列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;\frac{1}{2}) ; 3列目に1列目を\frac{1}{2}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1;\frac{1}{3}) ; 1行目を\frac{1}{3}倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 3 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-3) ; 2行目に1行目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;1) ; 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 4 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-4) ; 4行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,3;-\frac{1}{3})$; 3 列目に 1 列目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;\frac{2}{3})$; 4 列目に 1 列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;\frac{1}{-1})$; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,2;-1)$; 4 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;1)$; 3 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;\frac{3}{-2})$; 3 行目を $\frac{3}{-2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-\frac{2}{3})$; 4 行目に 3 行目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4;\frac{1}{2})$; 4 列目に 3 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.10

$$\begin{pmatrix} -4 & -5 & 5 & -8 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & -2 & -4 & 9 \\ 1 & 6 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{-4})$; 1 行目を $\frac{1}{-4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -\frac{5}{4} & 2 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & -2 & -4 & 9 \\ 1 & 6 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-3) ; 2 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -\frac{5}{4} & 2 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} & -1 \\ 2 & -2 & -4 & 9 \\ 1 & 6 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-2) ; 3 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -\frac{5}{4} & 2 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} & -1 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & 5 \\ 1 & 6 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-1) ; 4 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -\frac{5}{4} & 2 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} & -1 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & 5 \\ 0 & \frac{19}{4} & \frac{1}{4} & -2 \\ -3 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;3) ; 5 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -\frac{5}{4} & 2 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} & -1 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & 5 \\ 0 & \frac{19}{4} & \frac{1}{4} & -2 \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $-\frac{5}{4}$) ; 2 列目に 1 列目を $-\frac{5}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{5}{4} & 2 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} & -1 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & 5 \\ 0 & \frac{19}{4} & \frac{1}{4} & -2 \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3; $\frac{5}{4}$) ; 3 列目に 1 列目を $\frac{5}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} & -1 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & 5 \\ 0 & \frac{19}{4} & \frac{1}{4} & -2 \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-2) ; 4 列目に 1 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{3}{4} & -1 \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & 5 \\ 0 & \frac{19}{4} & \frac{1}{4} & -2 \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{4}{-11}$) ; 2 行目を $\frac{4}{-11}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{11} & \frac{4}{11} \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} & 5 \\ 0 & \frac{19}{4} & \frac{1}{4} & -2 \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2; $\frac{9}{2}$) ; 3 行目に 2 行目を $\frac{9}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{11} & \frac{4}{11} \\ 0 & 0 & -\frac{30}{11} & \frac{73}{11} \\ 0 & \frac{19}{4} & \frac{1}{4} & -2 \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2; $-\frac{19}{4}$) ; 4 行目に 2 行目を $-\frac{19}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{11} & \frac{4}{11} \\ 0 & 0 & -\frac{30}{11} & \frac{73}{11} \\ 0 & 0 & \frac{17}{11} & -\frac{41}{11} \\ 0 & \frac{11}{4} & -\frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2; $-\frac{11}{4}$) ; 5 行目に 2 行目を $-\frac{11}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{11} & \frac{4}{11} \\ 0 & 0 & -\frac{30}{11} & \frac{73}{11} \\ 0 & 0 & \frac{17}{11} & -\frac{41}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{3}{11}$) ; 3 列目に 2 列目を $\frac{3}{11}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{11} \\ 0 & 0 & -\frac{30}{11} & \frac{73}{11} \\ 0 & 0 & \frac{17}{11} & -\frac{41}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4; $-\frac{4}{11}$) ; 4 列目に 2 列目を $-\frac{4}{11}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{30}{11} & \frac{73}{11} \\ 0 & 0 & \frac{17}{11} & -\frac{41}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3; $\frac{11}{-30}$) ; 3 行目を $\frac{11}{-30}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{73}{30} \\ 0 & 0 & \frac{17}{11} & -\frac{41}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3; $-\frac{17}{11}$) ; 4 行目に 3 行目を $-\frac{17}{11}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{73}{30} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(3,4; $\frac{73}{30}$) ; 4 列目に 3 列目を $\frac{73}{30}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;30) ; 4 行目を 30 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 4

A.11

$$\begin{pmatrix} -8 & 2 & 6 & -4 \\ -4 & 1 & 3 & -6 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & -3 & 7 \\ 8 & -2 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{-8})$; 1 行目を $\frac{1}{-8}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ -4 & 1 & 3 & -6 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & -3 & 7 \\ 8 & -2 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;4)$; 2 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & -3 & 7 \\ 8 & -2 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-3)$; 3 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ 4 & -1 & -3 & 7 \\ 8 & -2 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-4)$; 4 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 8 & -2 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;-8)$; 5 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{1}{4})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{3}{4})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{3}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-\frac{1}{2})$; 4 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素 $(2, 2)$ が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(2, 4)$ に 0 でない要

素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(2,4) ; 2 列目と 4 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{-4}$) ; 2 行目を $\frac{1}{-4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2; $\frac{3}{2}$) ; 3 行目に 2 行目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;-5) ; 4 行目に 2 行目を -5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;-4) ; 5 行目に 2 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3,4) ; 3 行目を 4 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 R(3,4;1) ; 4 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.12

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 R(1,2;2) ; 2 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-2) ; 3 列目に 1 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;5) ; 4 列目に 1 列目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;-3) ; 5 列目に 1 列目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。 A.13

左 Q(2; $\frac{1}{-1}$) ; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;2) ; 3 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-3) ; 4 列目に 2 列目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;2) ; 5 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 4 & 4 & -4 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & -4 & 4 \\ -4 & -4 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -9 & 7 \\ -3 & -2 & 3 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & -4 & 4 \\ -4 & -4 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;3) ; 3 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -9 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 2 & 4 & -2 & -4 & 4 \\ -4 & -4 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-2) ; 4 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -9 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 & 6 \\ -4 & -4 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;4) ; 5 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -9 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 & 6 \\ 0 & -4 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -9 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 & 6 \\ 0 & -4 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-2) ; 4 列目に 1 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -9 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 & 6 \\ 0 & -4 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -9 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 & 6 \\ 0 & -4 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{4}$) ; 2 行目を $\frac{1}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & -8 & 6 \\ 0 & -4 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;2) ; 3 行目に 2 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 4 & 0 & -8 & 6 \\ 0 & -4 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;-4) ; 4 行目に 2 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;4) ; 5 行目に 2 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{4} & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,4;\frac{9}{4})$; 4 列目に 2 列目を $\frac{9}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;-\frac{7}{4})$; 5 列目に 2 列目を $-\frac{7}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(3, 4) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 $P(3,4)$; 3 列目と 4 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3,2)$; 3 行目を 2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-1)$; 4 行目に 3 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,3;1)$; 5 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,5;1)$; 5 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.14

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-1) ; 3行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,3;1) ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{2}$) ; 2行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{3}{2}$) ; 3列目に2列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3行目を2倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.15

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 & 3 & -2 \\ 6 & -9 & 1 & -6 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{-3}$) ; 1行目を $\frac{1}{-3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & 0 & -1 & \frac{2}{3} \\ 6 & -9 & 1 & -6 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-6) ; 2行目に1行目を-6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & 0 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-2)$; 3 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{3} & 0 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{4}{3})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;1)$; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;-\frac{2}{3})$; 5 列目に 1 列目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;\frac{1}{-1})$; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-\frac{2}{3})$; 3 行目に 2 行目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;1)$; 3 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;\frac{3}{2})$; 3 行目を $\frac{3}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 $R(3,5;\frac{1}{2})$; 5 列目に 3 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.16

$$\begin{pmatrix} -5 & -1 & -6 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{-5})$; 1 行目を $\frac{1}{-5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-1)$; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -1 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{11}{5} & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-1)$; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -1 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{1}{5})$; 2 列目に 1 列目を $-\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{6}{5} & -1 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;-\frac{6}{5})$; 3 列目に 1 列目を $-\frac{6}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;1)$; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{11}{5} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;\frac{5}{4})$; 2 行目を $\frac{5}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;\frac{1}{5})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;\frac{11}{4})$; 3 列目に 2 列目を $\frac{11}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;4)$; 3 行目を 4 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.17

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & -4 & 1 \\ -2 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{2})$; 1 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \\ -2 & 3 & -4 & 1 \\ -2 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;2) ; 3行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2; $\frac{3}{2}$) ; 2列目に1列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-2) ; 3列目に1列目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4; $\frac{1}{2}$) ; 4列目に1列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素(2,2)が0なので、0でない要素を探したところ、(3,2)に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(2,3) ; 2行目と3行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{-6}$) ; 2行目を $\frac{1}{-6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,2;-3) ; 4行目に2行目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{1}{3}$) ; 3列目に2列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;\frac{1}{3})$; 4 列目に 2 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.18

$$\begin{pmatrix} 5 & -4 & -1 & 6 & -2 \\ 3 & -3 & -3 & 9 & -3 \\ -1 & 5 & -3 & -4 & 3 \\ -5 & 5 & 1 & -8 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{5})$; 1 行目を $\frac{1}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{2}{5} \\ 3 & -3 & -3 & 9 & -3 \\ -1 & 5 & -3 & -4 & 3 \\ -5 & 5 & 1 & -8 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-3)$; 2 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ -1 & 5 & -3 & -4 & 3 \\ -5 & 5 & 1 & -8 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;1)$; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ -5 & 5 & 1 & -8 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;5)$; 4 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;1)$; 5 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{4}{5})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{1}{5})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-\frac{6}{5})$; 4 列目に 1 列目を $-\frac{6}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;\frac{2}{5})$; 5 列目に 1 列目を $\frac{2}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{27}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;-\frac{5}{3})$; 2 行目を $-\frac{5}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & \frac{21}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{14}{5} & \frac{13}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-\frac{21}{5})$; 3 行目に 2 行目を $-\frac{21}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & -20 & 35 & -10 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;-1)$; 4 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & -20 & 35 & -10 \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -2 \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{4}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;\frac{4}{5})$; 5 行目に 2 行目を $\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & -20 & 35 & -10 \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;-4)$; 3 列目に 2 列目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & -20 & 35 & -10 \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;9)$; 4 列目に 2 列目を 9 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -20 & 35 & -10 \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;-3)$; 5 列目に 2 列目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -20 & 35 & -10 \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3; \frac{1}{-20})$; 3行目を $\frac{1}{-20}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -4 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。 A.19

行を掃き出します。

左 $R(4,3;4)$; 4行目に3行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & 2 & 2 \\ -2 & -3 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -5 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{-1})$; 1行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \\ -2 & -3 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -5 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,3;-4)$; 5行目に3行目を-4倍して、加える

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;2)$; 2行目に1行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -5 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4; \frac{7}{4})$; 4列目に3列目を $\frac{7}{4}$ 倍して、加える

左 $R(3,1;-2)$; 3行目に1行目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5; -\frac{1}{2})$; 5列目に3列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

左 $R(4,1;-1)$; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-2) ; 2 列目に 1 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;3) ; 3 列目に 1 列目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;2) ; 4 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;2) ; 5 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;1) ; 4 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.20

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{-1}$) ; 1 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-1) ; 2行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;1) ; 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-1) ; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-2) ; 4列目に1列目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{3}$) ; 2行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,2;3) ; 4行目に2行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{1}{3}$) ; 3列目に2列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4; $\frac{1}{3}$) ; 4列目に2列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.21

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{3})$; 1行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{2}{3} \\ 3 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-3)$; 2行目に1行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;3)$; 3行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;1)$; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;-\frac{2}{3})$; 3列目に1列目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.22

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & 8 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,1;1)$; 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;1)$; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;1)$; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-1)$; 4列目に1列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素 $(2, 2)$ が 0 なので、0でない要素を探したところ、 $(2, 3)$ に 0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 $P(2,3)$; 2列目と3列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{1}{2})$; 2 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 7 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-7)$; 3 行目に 2 行目を -7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,4;\frac{1}{2})$; 4 列目に 2 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 $R(3,4;\frac{3}{2})$; 4 列目に 3 列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.23

$$\begin{pmatrix} -5 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 8 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{5})$; 1 行目を $\frac{1}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{2}{5} \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 8 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;3)$; 2 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 8 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-1)$; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & -1 & 1 \\ 8 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;-8)$; 5 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{4}{5})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{2}{5})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{2}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;-\frac{5}{2})$; 2 行目を $-\frac{5}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-\frac{4}{5})$; 3 行目に 2 行目を $-\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;1)$; 4 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;-\frac{2}{5})$; 5 行目に 2 行目を $-\frac{2}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;2)$; 3 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;1)$; 4 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.24

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & -4 & 2 & -6 \\ -4 & -4 & 8 & -2 & 6 \\ -2 & 4 & 4 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-2) ; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 2 & -6 \\ -4 & -4 & 8 & -2 & 6 \\ -2 & 4 & 4 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;4) ; 3 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & -8 & 0 & -2 & 6 \\ -2 & 4 & 4 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;2) ; 4 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & -8 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-2) ; 5 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & -8 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & -8 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;2) ; 3 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & -8 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{8}$) ; 2 行目を $\frac{1}{8}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & -8 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;8) ; 3 行目に 2 行目を 8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;-2) ; 4 行目に 2 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 4 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;-4)$; 5 行目に 2 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,4;-\frac{1}{4})$; 4 列目に 2 列目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;\frac{3}{4})$; 5 列目に 2 列目を $\frac{3}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 $(3, 3)$ が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(4, 4)$ に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 $P(3,4)$; 3 行目と 4 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $P(3,4)$; 3 列目と 4 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;2)$; 3 行目を 2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 $R(3,5;1)$; 5 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.25

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{-1})$; 1 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -7 \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-1) ; 2行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-1) ; 3行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-1) ; 2列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;2) ; 3列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{3}$) ; 2行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;2) ; 4行目に2行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{5}{3}$) ; 3列目に2列目を $\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3; $\frac{3}{-1}$) ; 3行目を $\frac{3}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-\frac{2}{3})$; 4 行目に 3 行目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.26

$$\begin{pmatrix} -7 & -3 & 8 \\ 7 & 3 & -8 \\ 7 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{-7})$; 1 行目を $\frac{1}{-7}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{8}{7} \\ 7 & 3 & -8 \\ 7 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-7)$; 2 行目に 1 行目を -7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{8}{7} \\ 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-7)$; 3 行目に 1 行目を -7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{8}{7} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{3}{7})$; 2 列目に 1 列目を $-\frac{3}{7}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{8}{7} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{8}{7})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{8}{7}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.27

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{-1})$; 1 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-1)$; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-1) ; 5 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-1) ; 3 列目に 1 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(4, 3) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(2,4) ; 2 行目と 4 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 P(2,3) ; 2 列目と 3 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.28

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{2}$) ; 1 行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;1) ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-1) ; 3 列目に 1 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-2) ; 4 列目に 1 列目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.29

$$\begin{pmatrix} 8 & 7 & -8 & 4 & -7 \\ -5 & -4 & 5 & -2 & 4 \\ -5 & -4 & 5 & -2 & 4 \\ 8 & 4 & -8 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;1/8) ; 1 行目を 1/8 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{8} & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{7}{8} \\ -5 & -4 & 5 & -2 & 4 \\ -5 & -4 & 5 & -2 & 4 \\ 8 & 4 & -8 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;5) ; 2 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{8} & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{7}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ -5 & -4 & 5 & -2 & 4 \\ 8 & 4 & -8 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;5) ; 3 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{8} & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{7}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 8 & 4 & -8 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-8) ; 4 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{8} & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{7}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-7/8) ; 2 列目に 1 列目を -7/8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{7}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{7}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-1/2) ; 4 列目に 1 列目を -1/2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{7}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5; $\frac{7}{8}$) ; 5 列目に 1 列目を $\frac{7}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{8}{3}$) ; 2 行目を $\frac{8}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} & -1 \\ 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2; $-\frac{3}{8}$) ; 3 行目に 2 行目を $-\frac{3}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;3) ; 4 行目に 2 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,4; $-\frac{4}{3}$) ; 4 列目に 2 列目を $-\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;1) ; 5 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.30

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,1;1) ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{-1}$) ; 2 行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;3) ; 3列目に2列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.31

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{-1}$) ; 1行目を $\frac{1}{-1}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-1) ; 2行目に1行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;2) ; 2列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;2) ; 3列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.32

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 & 8 & -4 \\ 4 & 7 & -9 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 5 & -9 & 9 \\ 5 & -5 & -1 & -4 & 0 \\ -5 & 7 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{-5}$) ; 1行目を $\frac{1}{-5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{8}{5} & \frac{4}{5} \\ 4 & 7 & -9 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 5 & -9 & 9 \\ 5 & -5 & -1 & -4 & 0 \\ -5 & 7 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{8}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 7 & -\frac{33}{5} & \frac{17}{5} & \frac{4}{5} \\ -3 & -2 & 5 & -9 & 9 \\ 5 & -5 & -1 & -4 & 0 \\ -5 & 7 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;3) ; 3行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{8}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 7 & -\frac{33}{5} & \frac{17}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & -2 & \frac{16}{5} & -\frac{69}{5} & \frac{57}{5} \\ 5 & -5 & -1 & -4 & 0 \\ -5 & 7 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-5) ; 4行目に1行目を-5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{8}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 7 & -\frac{33}{5} & \frac{17}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & -2 & \frac{16}{5} & -\frac{69}{5} & \frac{57}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 4 & -4 \\ -5 & 7 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;5) ; 5行目に1行目を5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{8}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 7 & -\frac{33}{5} & \frac{17}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & -2 & \frac{16}{5} & -\frac{69}{5} & \frac{57}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 7 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,3; $\frac{3}{5}$) ; 3列目に1列目を $\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{8}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 7 & -\frac{33}{5} & \frac{17}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & -2 & \frac{16}{5} & -\frac{69}{5} & \frac{57}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 7 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4; $\frac{8}{5}$) ; 4列目に1列目を $\frac{8}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 7 & -\frac{33}{5} & \frac{17}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & -2 & \frac{16}{5} & -\frac{69}{5} & \frac{57}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 7 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5; $-\frac{4}{5}$) ; 5列目に1列目を $-\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -\frac{33}{5} & \frac{17}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & -2 & \frac{16}{5} & -\frac{69}{5} & \frac{57}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 7 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{7}$) ; 2行目を $\frac{1}{7}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{33}{35} & \frac{17}{35} & \frac{4}{35} \\ 0 & -2 & \frac{16}{5} & -\frac{69}{5} & \frac{57}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 7 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;2) ; 3行目に2行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{33}{35} & \frac{17}{35} & \frac{4}{35} \\ 0 & 0 & \frac{46}{35} & -\frac{449}{35} & \frac{407}{35} \\ 0 & -5 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 7 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;5) ; 4行目に2行目を5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{33}{35} & \frac{17}{35} & \frac{4}{35} \\ 0 & 0 & \frac{46}{35} & -\frac{449}{35} & \frac{407}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{19}{7} & \frac{45}{7} & -\frac{24}{7} \\ 0 & 7 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;-7) ; 5行目に2行目を-7倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{33}{35} & \frac{17}{35} & \frac{4}{35} \\ 0 & 0 & \frac{46}{35} & -\frac{449}{35} & \frac{407}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{19}{7} & \frac{45}{7} & -\frac{24}{7} \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{32}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{33}{35}$) ; 3列目に2列目を $\frac{33}{35}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{17}{35} & \frac{4}{35} \\ 0 & 0 & \frac{46}{35} & -\frac{449}{35} & \frac{407}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{19}{7} & \frac{45}{7} & -\frac{24}{7} \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{32}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

右 R(2,4; $-\frac{17}{35}$) ; 4列目に2列目を $-\frac{17}{35}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{4}{35} \\ 0 & 0 & \frac{46}{35} & -\frac{449}{35} & \frac{407}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{19}{7} & \frac{45}{7} & -\frac{24}{7} \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{32}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

右 R(2,5; $-\frac{4}{35}$) ; 5列目に2列目を $-\frac{4}{35}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{46}{35} & -\frac{449}{35} & \frac{407}{35} \\ 0 & 0 & -\frac{19}{7} & \frac{45}{7} & -\frac{24}{7} \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{32}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3; $\frac{35}{46}$) ; 3行目を $\frac{35}{46}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{449}{46} & \frac{407}{46} \\ 0 & 0 & -\frac{19}{7} & \frac{45}{7} & -\frac{24}{7} \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{32}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3; $\frac{19}{7}$) ; 4行目に3行目を $\frac{19}{7}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{449}{46} & \frac{407}{46} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{923}{46} & \frac{947}{46} \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{32}{5} & \frac{6}{5} \end{pmatrix}$$

左 R(5,3; $-\frac{23}{5}$) ; 5行目に3行目を $-\frac{23}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{449}{46} & \frac{407}{46} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{923}{46} & \frac{947}{46} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{46}{77} & -\frac{46}{79} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4; \frac{449}{46})$; 4 列目に 3 列目を $\frac{449}{46}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{407}{46} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{923}{46} & \frac{947}{46} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{77}{2} & -\frac{79}{2} \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5; -\frac{407}{46})$; 5 列目に 3 列目を $-\frac{407}{46}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{923}{46} & \frac{947}{46} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{77}{2} & -\frac{79}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(4; \frac{46}{-923})$; 4 行目を $\frac{46}{-923}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{947}{923} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{77}{2} & -\frac{79}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(5,4; -\frac{77}{2})$; 5 行目に 4 行目を $-\frac{77}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{947}{923} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{923} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(4,5; \frac{947}{923})$; 5 列目に 4 列目を $\frac{947}{923}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{923} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(5; 923)$; 5 行目を 923 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

A.33

$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & -3 & 3 \\ 4 & 6 & 4 & -4 \\ 6 & 4 & 6 & -5 \\ -2 & -7 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{-4})$; 1 行目を $\frac{1}{-4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 4 & 6 & 4 & -4 \\ 6 & 4 & 6 & -5 \\ -2 & -7 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1; -4)$; 2 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 6 & 4 & 6 & -5 \\ -2 & -7 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-6) ; 3 行目に 1 行目を -6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & -7 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;2) ; 4 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -6 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(1,2;-\frac{1}{2}) ; 2 列目に 1 列目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -6 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-\frac{3}{4}) ; 3 列目に 1 列目を $-\frac{3}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -6 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;\frac{3}{4}) ; 4 列目に 1 列目を $\frac{3}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -6 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;\frac{1}{4}) ; 2 行目を $\frac{1}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -6 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -6 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;6) ; 4 行目に 2 行目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;-\frac{1}{4}) ; 3 列目に 2 列目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;\frac{1}{4}) ; 4 列目に 2 列目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3; \frac{4}{5})$; 3 行目を $\frac{4}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 $R(3,4; \frac{1}{5})$; 4 列目に 3 列目を $\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.34

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -6 \\ 3 & -1 & -3 \\ -9 & 3 & 9 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{6})$; 1 行目を $\frac{1}{6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -1 \\ 3 & -1 & -3 \\ -9 & 3 & 9 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-3)$; 2 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -9 & 3 & 9 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;9)$; 3 行目に 1 行目を 9 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-3)$; 4 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2; \frac{1}{3})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;1)$; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.35

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & -4 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{4})$; 1行目を $\frac{1}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-1)$; 2行目に1行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{9}{4} & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;1)$; 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{4} & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{9}{4} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{5}{4})$; 2列目に1列目を $-\frac{5}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{9}{4} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;1)$; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{9}{4} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;-1)$; 4列目に1列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{9}{4} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2; \frac{4}{-9})$; 2行目を $\frac{4}{-9}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{9} & \frac{4}{9} \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-\frac{1}{4})$; 3行目に2行目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{9} & \frac{4}{9} \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(2,3;\frac{4}{9})$; 3列目に2列目を $\frac{4}{9}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{9} \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4;-\frac{4}{9})$; 4列目に2列目を $-\frac{4}{9}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3;9)$; 3 行目を 9 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

右 $R(3,4;1)$; 4 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.36

$$\begin{pmatrix} -6 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 4 & -1 & -5 & 2 & -7 \\ -4 & 0 & -1 & 4 & -6 \\ 2 & 1 & -1 & -3 & 5 \\ 5 & -3 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{-6})$; 1 行目を $\frac{1}{-6}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 4 & -1 & -5 & 2 & -7 \\ -4 & 0 & -1 & 4 & -6 \\ 2 & 1 & -1 & -3 & 5 \\ 5 & -3 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;-4)$; 2 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{13}{6} & 2 & -\frac{13}{3} \\ -4 & 0 & -1 & 4 & -6 \\ 2 & 1 & -1 & -3 & 5 \\ 5 & -3 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;4)$; 3 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{13}{6} & 2 & -\frac{13}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{6} & 4 & -\frac{26}{3} \\ 2 & 1 & -1 & -3 & 5 \\ 5 & -3 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-2)$; 4 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{13}{6} & 2 & -\frac{13}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{6} & 4 & -\frac{26}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & -3 & \frac{19}{3} \\ 5 & -3 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;-5)$; 5 行目に 1 行目を -5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{13}{6} & 2 & -\frac{13}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{6} & 4 & -\frac{26}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & -3 & \frac{19}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{35}{6} & -1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{1}{3})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{13}{6} & 2 & -\frac{13}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{7}{6} & 4 & -\frac{26}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & -3 & \frac{19}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{35}{6} & -1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{1}{6})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{1}{6}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{13}{3} & 2 & -\frac{13}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{5}{3} & 4 & -\frac{26}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -3 & \frac{19}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{35}{6} & -1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

右 R(1,5; $\frac{2}{3}$) ; 5 列目に 1 列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{13}{3} & 2 & -\frac{13}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{5}{3} & 4 & -\frac{26}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -3 & \frac{19}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{35}{6} & -1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2,3) ; 2 行目を 3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -13 & 6 & -13 \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{5}{3} & 4 & -\frac{26}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -3 & \frac{19}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{35}{6} & -1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2; $\frac{4}{3}$) ; 3 行目に 2 行目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -13 & 6 & -13 \\ 0 & 0 & -19 & 12 & -26 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & -3 & \frac{19}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{35}{6} & -1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

左 R(4,2; $-\frac{5}{3}$) ; 4 行目に 2 行目を $-\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -13 & 6 & -13 \\ 0 & 0 & -19 & 12 & -26 \\ 0 & 0 & 21 & -13 & 28 \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{35}{6} & -1 & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

左 R(5,2; $\frac{4}{3}$) ; 5 行目に 2 行目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -13 & 6 & -13 \\ 0 & 0 & -19 & 12 & -26 \\ 0 & 0 & 21 & -13 & 28 \\ 0 & 0 & -\frac{23}{2} & 7 & -15 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 R(2,3;13) ; 3 列目に 2 列目を 13 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & -13 \\ 0 & 0 & -19 & 12 & -26 \\ 0 & 0 & 21 & -13 & 28 \\ 0 & 0 & -\frac{23}{2} & 7 & -15 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-6) ; 4 列目に 2 列目を -6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & -19 & 12 & -26 \\ 0 & 0 & 21 & -13 & 28 \\ 0 & 0 & -\frac{23}{2} & 7 & -15 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5;13) ; 5 列目に 2 列目を 13 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -19 & 12 & -26 \\ 0 & 0 & 21 & -13 & 28 \\ 0 & 0 & -\frac{23}{2} & 7 & -15 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3; $\frac{1}{-19}$) ; 3 行目を $\frac{1}{-19}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{19} & \frac{26}{19} \\ 0 & 0 & 21 & -13 & 28 \\ 0 & 0 & -\frac{23}{2} & 7 & -15 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;-21)$; 4行目に3行目を -21 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{19} & \frac{26}{19} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{19} & -\frac{14}{19} \\ 0 & 0 & -\frac{23}{2} & 7 & -15 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,3;\frac{23}{2})$; 5行目に3行目を $\frac{23}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{19} & \frac{26}{19} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{19} & -\frac{14}{19} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{19} & \frac{14}{19} \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(3,4;\frac{12}{19})$; 4列目に3列目を $\frac{12}{19}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{26}{19} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{19} & -\frac{14}{19} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{19} & \frac{14}{19} \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;-\frac{26}{19})$; 5列目に3列目を $-\frac{26}{19}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{19} & -\frac{14}{19} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{19} & \frac{14}{19} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(4;\frac{19}{5})$; 4行目を $\frac{19}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{14}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{19} & \frac{14}{19} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(5,4;\frac{5}{19})$; 5行目に4行目を $\frac{5}{19}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{14}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

列を掃き出します。

右 $R(4,5;\frac{14}{5})$; 5列目に4列目を $\frac{14}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4