

代幾 I 計算演習 [問題] (2006/10/05)

問. 次の行列の rank を計算しなさい。

Q.1

$$\begin{pmatrix} 5 & -6 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & 1 & 4 \\ -3 & 4 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.3

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 & 6 & -9 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & 4 & -6 & 5 \\ 3 & -6 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Q.4

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Q.5

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & 7 & 4 & -3 \\ -4 & 9 & 6 & -2 \\ 4 & -9 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

Q.6

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -5 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Q.7

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 & -1 & 2 \\ -4 & -4 & 0 & 4 & -5 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -8 \\ 4 & -3 & -2 & 2 & 2 \\ -6 & 4 & 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

Q.8

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & -2 & 3 \\ -3 & -8 & 3 & -4 \\ 0 & -7 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.9

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 & -3 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -9 & 2 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Q.10

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -3 & 3 & -4 \\ -8 & 1 & 4 & -3 & 3 \\ 2 & 1 & -3 & 6 & -2 \\ 1 & -2 & 4 & -9 & 1 \\ -9 & 0 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Q.11

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

Q.12

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & -4 & 2 \\ -1 & 1 & 3 & -4 \\ 1 & -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

代幾 I 計算演習 [解答] (2006/10/05)

A.1

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 5 & -6 & 3 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{4}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{4}{5} & \frac{18}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{11}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{5})$; 1 行目を $\frac{1}{5}$ 倍

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; -\frac{1}{3})$; 2 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{4}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{4}{5} & \frac{18}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{11}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,1;1)$; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-\frac{9}{5})$; 3 行目に 2 行目を $-\frac{9}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{4}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{4}{5} & \frac{18}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{11}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(4,1;1)$; 4 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

左 $R(4,2;-\frac{4}{5})$; 4 行目に 2 行目を $-\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{5} & -\frac{12}{5} & \frac{4}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{4}{5} & \frac{18}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{10}{3} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{11}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(5,1;3)$; 5 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

左 $R(5,2;-\frac{2}{5})$; 5 行目に 2 行目を $-\frac{2}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{8}{15} & 0 & \frac{1}{15} & \frac{4}{3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{8}{15} & \frac{10}{3} & \frac{2}{15} & \frac{4}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{26}{15} & -\frac{7}{3} & \frac{2}{15} & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{15} & -10 & -\frac{3}{5} & -\frac{1}{3} & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & 1 & \frac{4}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(4, 3) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,4) ; 3 行目と 4 行目を交換

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(5,4; $\frac{6}{5}$) ; 5 行目に 4 行目を $\frac{6}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{8}{15} & 0 & \frac{1}{15} & \frac{4}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{26}{15} & -\frac{7}{3} & \frac{2}{15} & \frac{4}{3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{26}{15} & -\frac{7}{3} & \frac{2}{15} & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{15} & -10 & -\frac{3}{5} & -\frac{1}{3} & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;-3) ; 3 行目を -3 倍

後退消去を行います。

4 行目を掃き出します。

左 R(1,5; $\frac{2}{5}$) ; 1 行目に 5 行目を $\frac{2}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{15} & -10 & -\frac{3}{5} & -\frac{1}{3} & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{26}{15} & -\frac{7}{3} & \frac{2}{15} & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & 1 & \frac{8}{5} & \frac{12}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{15} & -10 & -\frac{3}{5} & -\frac{1}{3} & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(5,3;- $\frac{1}{3}$) ; 5 行目に 3 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

左 R(2,5;- $\frac{1}{3}$) ; 2 行目に 5 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{15} & -10 & -\frac{3}{5} & -\frac{1}{3} & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{26}{15} & -\frac{7}{3} & \frac{2}{15} & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & 1 & \frac{8}{5} & \frac{12}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{8}{15} & -10 & -\frac{3}{5} & -\frac{1}{3} & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;5) ; 4 行目を 5 倍

左 R(3,5;10) ; 3 行目に 5 行目を 10 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & 1 & \frac{8}{5} & \frac{12}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{8}{5} & -2 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{97}{5} & \frac{196}{5} & 60 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

3行目を掃き出します。

左 $R(1,4;\frac{1}{5})$; 1行目に4行目を $\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & 0 & 0 & \frac{6}{5} & \frac{11}{5} & \frac{17}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 1 & 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{8}{5} & -2 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{97}{5} & \frac{196}{5} & 60 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(2,4;-\frac{1}{3})$; 2行目に4行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & 0 & 0 & \frac{6}{5} & \frac{11}{5} & \frac{17}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & 0 & -1 & -\frac{11}{5} & -\frac{11}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{97}{5} & \frac{196}{5} & 60 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(3,4;\frac{8}{5})$; 3行目に4行目を $\frac{8}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & \frac{3}{5} & 0 & 0 & \frac{6}{5} & \frac{11}{5} & \frac{17}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & 0 & -1 & -\frac{8}{3} & -\frac{11}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21 & 44 & 68 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

2行目を掃き出します。

左 $R(1,3;-\frac{3}{5})$; 1行目に3行目を $-\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{57}{5} & -\frac{121}{5} & -\frac{187}{5} & -\frac{19}{5} & -\frac{28}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & 0 & -1 & -\frac{8}{3} & -\frac{11}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21 & 44 & 68 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;\frac{4}{3})$; 2行目に3行目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{57}{5} & -\frac{121}{5} & -\frac{187}{5} & -\frac{19}{5} & -\frac{28}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 27 & 56 & 87 & 9 & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21 & 44 & 68 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

1行目を掃き出します。

左 $R(1,2;\frac{6}{5})$; 1行目に2行目を $\frac{6}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 21 & 43 & 67 & 7 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 27 & 56 & 87 & 9 & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21 & 44 & 68 & 7 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 21 & 43 & 67 & 7 & 10 \\ 27 & 56 & 87 & 9 & 13 \\ 21 & 44 & 68 & 7 & 10 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

A.2

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-3) ; 3 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;3) ; 3 行目に 2 行目を 3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 行目を掃き出します。

左 R(1,3;1) ; 1 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

A.3

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 4 & -4 & 6 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & -6 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -6 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{4}$) ; 1 行目を $\frac{1}{4}$ 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & -6 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -6 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & -6 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -6 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;3) ; 3 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -6 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;-3) ; 4 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & \frac{7}{2} & \frac{27}{4} & -\frac{3}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(3, 2) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(2,3) ; 2 行目と 3 行目を交換

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \frac{7}{2} & \frac{27}{4} & -\frac{3}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,2;3)$; 4行目に2行目を3倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3;2)$; 3行目を2倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 0 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;2)$; 4行目に3行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & 4 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(4;2)$; 4行目を2倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3行目を掃き出します。

左 $R(1,4;\frac{9}{4})$; 1行目に4行目を $\frac{9}{4}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{23}{2} & 18 & \frac{27}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{4} & \frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{array} \right)$$

左 $R(2,4;\frac{7}{4})$; 2行目に4行目を $\frac{7}{4}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{23}{2} & 18 & \frac{27}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{19}{2} & 14 & \frac{23}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{array} \right)$$

左 $R(3,4;\frac{1}{2})$; 3行目に4行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{23}{2} & 18 & \frac{27}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{19}{2} & 14 & \frac{23}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 6 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{array} \right)$$

2行目を掃き出します。

左 $R(1,3;-\frac{3}{2})$; 1行目に3行目を $-\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 7 & 9 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{19}{2} & 14 & \frac{23}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 6 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;\frac{3}{2})$; 2行目に3行目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 7 & 9 & 9 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 14 & 23 & 16 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 6 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{array} \right)$$

1行目を掃き出します。

左 $R(1,2;1)$; 1行目に2行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 21 & 32 & 25 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 14 & 23 & 16 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 6 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 6 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 21 & 32 & 25 & 8 \\ 14 & 23 & 16 & 5 \\ 3 & 6 & 3 & 1 \\ 5 & 8 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

A.4

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1行目を-1倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-1) ; 3行目に1行目を-1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-1/2) ; 2行目を-1/2倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3行目を2倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2行目を掃き出します。

左 R(1,3;2) ; 1行目に3行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;3/2) ; 2行目に3行目を3/2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A.5

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} -3 & 4 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 7 & 4 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 9 & 6 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -9 & -5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{3})$; 1行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 7 & 4 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 9 & 6 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -9 & -5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{17}{3} & \frac{10}{3} & -3 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 9 & 6 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -9 & -5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(3,1;4)$; 3行目に1行目を4倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{17}{3} & \frac{10}{3} & -3 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} & \frac{10}{3} & -2 & -\frac{4}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -9 & -5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(4,1;-4)$; 4行目に1行目を -4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{17}{3} & \frac{10}{3} & -3 & -\frac{1}{3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} & \frac{10}{3} & -2 & -\frac{4}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{3} & -\frac{7}{3} & 2 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2; \frac{3}{17})$; 2行目を $\frac{3}{17}$ 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & -\frac{9}{17} & -\frac{1}{17} & \frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{11}{3} & \frac{10}{3} & -2 & -\frac{4}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{3} & -\frac{7}{3} & 2 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-\frac{11}{3})$; 3行目に2行目を $-\frac{11}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & -\frac{9}{17} & -\frac{1}{17} & \frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{20}{17} & -\frac{1}{17} & -\frac{19}{17} & -\frac{11}{17} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{3} & -\frac{7}{3} & 2 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(4,2;\frac{11}{3})$; 4行目に2行目を $\frac{11}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & -\frac{9}{17} & -\frac{1}{17} & \frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{20}{17} & -\frac{1}{17} & -\frac{19}{17} & -\frac{11}{17} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{17} & \frac{1}{17} & \frac{19}{17} & \frac{11}{17} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3; \frac{17}{20})$; 3行目を $\frac{17}{20}$ 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & -\frac{9}{17} & -\frac{1}{17} & \frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{20} & -\frac{19}{20} & -\frac{11}{20} & \frac{17}{20} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{17} & \frac{1}{17} & \frac{19}{17} & \frac{11}{17} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(4,3;\frac{3}{17})$; 4行目に3行目を $\frac{3}{17}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & -\frac{9}{17} & -\frac{1}{17} & \frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{20} & -\frac{19}{20} & -\frac{11}{20} & \frac{17}{20} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{20} & \frac{19}{20} & \frac{11}{20} & \frac{3}{20} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(4;20) ; 4行目を20倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & -\frac{9}{17} & -\frac{1}{17} & \frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{20} & -\frac{19}{20} & -\frac{11}{20} & \frac{17}{20} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 19 & 11 & 3 & 20 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3行目を掃き出します。

左 R(2,4; $\frac{9}{17}$) ; 2行目に4行目を $\frac{9}{17}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & 0 & 10 & 6 & \frac{27}{17} & \frac{180}{17} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{20} & -\frac{19}{20} & -\frac{11}{20} & \frac{17}{20} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 19 & 11 & 3 & 20 \end{array} \right)$$

左 R(3,4; $\frac{1}{20}$) ; 3行目に4行目を $\frac{1}{20}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & 0 & 10 & 6 & \frac{27}{17} & \frac{180}{17} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 19 & 11 & 3 & 20 \end{array} \right)$$

2行目を掃き出します。

左 R(1,3; $\frac{2}{3}$) ; 1行目に3行目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & \frac{10}{17} & 0 & 10 & 6 & \frac{27}{17} & \frac{180}{17} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 19 & 11 & 3 & 20 \end{array} \right)$$

左 R(2,3; $-\frac{10}{17}$) ; 2行目に3行目を $-\frac{10}{17}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{4}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 19 & 11 & 3 & 20 \end{array} \right)$$

1行目を掃き出します。

左 R(1,2; $\frac{4}{3}$) ; 1行目に2行目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 13 & 8 & 2 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 19 & 11 & 3 & 20 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 13 & 8 & 2 & 14 \\ 10 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 19 & 11 & 3 & 20 \end{pmatrix}$$

A.6

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;5) ; 2行目に1行目を5倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 5 & 5 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-3) ; 3行目に1行目を-3倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 5 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & -3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;-\frac{1}{8})$; 2 行目を $-\frac{1}{8}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{8} & -\frac{5}{8} & -\frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 5 & -3 & -3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3,2;-5)$; 3 行目に 2 行目を -5 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{8} & -\frac{5}{8} & -\frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{5}{8} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;8)$; 3 行目を 8 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{8} & -\frac{5}{8} & -\frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 8 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 行目を掃き出します。

左 $R(1,3;-1)$; 1 行目に 3 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 0 & -5 & -8 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{8} & -\frac{5}{8} & -\frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 8 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;\frac{5}{8})$; 2 行目に 3 行目を $\frac{5}{8}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 0 & -5 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 8 \end{array} \right)$$

1 行目を掃き出します。

左 $R(1,2;2)$; 1 行目に 2 行目を 2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 8 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

A.7

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 5 & 4 & -2 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & 0 & 4 & -5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 4 & 5 & -7 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{5})$; 1 行目を $\frac{1}{5}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & 0 & 4 & -5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 4 & 5 & -7 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;4)$; 2 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{8}{5} & \frac{16}{5} & -\frac{17}{5} & \frac{4}{5} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 4 & 5 & -7 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(4,1;-4)$; 4 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{16}{5} & -\frac{17}{5} & \frac{4}{5} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{31}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{14}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -6 & 4 & 5 & -7 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

左 R(5,1;6) ; 5 行目に 1 行目を 6 倍して、加える

左 R(5,2; $-\frac{44}{5}$) ; 5 行目に 2 行目を $-\frac{44}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -12 & \frac{53}{4} & -5 & -\frac{25}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -22 & \frac{107}{4} & -7 & -\frac{31}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -15 & 27 & -32 & 10 & 11 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{16}{5} & -\frac{17}{5} & \frac{4}{5} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{31}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{14}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{44}{5} & \frac{13}{5} & -\frac{41}{5} & \frac{27}{5} & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $-\frac{5}{4}$) ; 2 行目を $-\frac{5}{4}$ 倍

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3; $\frac{1}{7}$) ; 3 行目を $\frac{1}{7}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 8 & -8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{31}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{14}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{44}{5} & \frac{13}{5} & -\frac{41}{5} & \frac{27}{5} & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;5) ; 3 行目に 2 行目を 5 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & \frac{53}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{25}{28} & \frac{1}{7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -22 & \frac{107}{4} & -7 & -\frac{31}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -15 & 27 & -32 & 10 & 11 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;-12) ; 4 行目に 3 行目を -12 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -12 & \frac{53}{4} & -5 & -\frac{25}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{31}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{14}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{44}{5} & \frac{13}{5} & -\frac{41}{5} & \frac{27}{5} & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,2; $\frac{31}{5}$) ; 4 行目に 2 行目を $\frac{31}{5}$ 倍して、加える

左 R(5,3;15) ; 5 行目に 3 行目を 15 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -12 & \frac{53}{4} & -5 & -\frac{25}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -22 & \frac{107}{4} & -7 & -\frac{31}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{44}{5} & \frac{13}{5} & -\frac{41}{5} & \frac{27}{5} & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & \frac{53}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{25}{28} & \frac{1}{7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{10}{7} & \frac{113}{28} & \frac{11}{7} & \frac{83}{28} & -\frac{12}{7} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{7}{9} & -\frac{101}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{67}{28} & \frac{15}{7} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(4; -\frac{7}{10})$; 4 行目を $-\frac{7}{10}$ 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 2 & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & \frac{53}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{25}{28} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{113}{40} & -\frac{11}{10} & -\frac{83}{40} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{9}{7} & -\frac{101}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{67}{28} & \frac{15}{7} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & -11 & -\frac{22}{5} & -\frac{48}{5} \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & -120 & -48 & -102 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{25}{28} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{113}{40} & -\frac{11}{10} & -\frac{83}{40} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right)$$

左 $R(3,5; -\frac{53}{28})$; 3 行目に 5 行目を $-\frac{53}{28}$ 倍して、加える

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(5,4; -\frac{9}{7})$; 5 行目に 4 行目を $-\frac{9}{7}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & -11 & -\frac{22}{5} & -\frac{48}{5} \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & -120 & -48 & -102 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & 0 & -\frac{376}{7} & -\frac{152}{7} & -\frac{317}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{113}{40} & -\frac{11}{10} & -\frac{83}{40} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 2 & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & \frac{53}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{25}{28} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{113}{40} & -\frac{11}{10} & -\frac{83}{40} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{40} & \frac{1}{10} & \frac{1}{40} & \frac{3}{5} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & -11 & -\frac{22}{5} & -\frac{48}{5} \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & -120 & -48 & -102 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & 0 & -\frac{376}{7} & -\frac{152}{7} & -\frac{317}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right)$$

左 $R(4,5; \frac{113}{40})$; 4 行目に 5 行目を $\frac{113}{40}$ 倍して、加える

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(5; 40)$; 5 行目を 40 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 2 & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & \frac{53}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{25}{28} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{113}{40} & -\frac{11}{10} & -\frac{83}{40} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & -11 & -\frac{22}{5} & -\frac{48}{5} \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & -120 & -48 & -102 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & 0 & -\frac{376}{7} & -\frac{152}{7} & -\frac{317}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

4 行目を掃き出します。

左 $R(1,5; -\frac{2}{5})$; 1 行目に 5 行目を $-\frac{2}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & 0 & \frac{23}{5} & \frac{7}{5} & \frac{21}{5} \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & -120 & -48 & -102 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & 0 & -\frac{376}{7} & -\frac{152}{7} & -\frac{317}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right)$$

左 $R(2,4; 4)$; 2 行目に 4 行目を 4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 & -11 & -\frac{22}{5} & -\frac{48}{5} \\ 0 & 1 & 2 & -4 & \frac{17}{4} & -1 & -\frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & \frac{53}{28} & -\frac{5}{7} & -\frac{25}{28} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{113}{40} & -\frac{11}{10} & -\frac{83}{40} & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & 0 & \frac{23}{5} & \frac{7}{5} & \frac{21}{5} \\ 0 & 1 & 2 & -4 & 0 & -120 & -48 & -102 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{12}{7} & 0 & -\frac{376}{7} & -\frac{152}{7} & -\frac{317}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 \end{array} \right)$$

左 $R(2,5; -\frac{17}{4})$; 2 行目に 5 行目を $-\frac{17}{4}$ 倍して、加える

左 $R(3,4;\frac{12}{7})$; 3行目に4行目を $\frac{12}{7}$ 倍して、
加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{4}{5} & -\frac{2}{5} & 0 & 0 & \frac{23}{5} & \frac{7}{5} & \frac{21}{5} & \frac{29}{5} & \frac{33}{5} \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 192 & 68 & 174 & 251 & 282 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 80 & 28 & 73 & 105 & 118 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 & 101 & 113 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 & 36 & 40 \end{array} \right)$$

2行目を掃き出します。

左 $R(1,3;\frac{2}{5})$; 1行目に3行目を $\frac{2}{5}$ 倍して、
加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{4}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{183}{5} & \frac{63}{5} & \frac{167}{5} & \frac{239}{5} & \frac{269}{5} \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 192 & 68 & 174 & 251 & 282 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 80 & 28 & 73 & 105 & 118 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 & 101 & 113 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 & 36 & 40 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;-2)$; 2行目に3行目を -2 倍し
て、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & \frac{4}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{183}{5} & \frac{63}{5} & \frac{167}{5} & \frac{239}{5} & \frac{269}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 32 & 12 & 28 & 41 & 46 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 80 & 28 & 73 & 105 & 118 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 & 101 & 113 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 & 36 & 40 \end{array} \right)$$

1行目を掃き出します。

左 $R(1,2;-\frac{4}{5})$; 1行目に2行目を $-\frac{4}{5}$ 倍し
て、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 3 & 11 & 15 & 17 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 32 & 12 & 28 & 41 & 46 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 80 & 28 & 73 & 105 & 118 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 78 & 29 & 69 & 101 & 113 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 28 & 11 & 24 & 36 & 40 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 11 & 3 & 11 & 15 & 17 \\ 32 & 12 & 28 & 41 & 46 \\ 80 & 28 & 73 & 105 & 118 \\ 78 & 29 & 69 & 101 & 113 \\ 28 & 11 & 24 & 36 & 40 \end{pmatrix}$$

A.8

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & 5 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -8 & 3 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{2})$; 1行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -8 & 3 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出し
ます。

行を掃き出します。

左 $R(2,1;3)$; 2行目に1行目を3倍して、加
える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(4,1;-1)$; 4行目に1行目を -1 倍し
て、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2;-2)$; 2行目を -2 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;7); 3行目に2行目を7倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -10 & -21 & -14 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,2;-\frac{3}{2}); 4行目に2行目を-\frac{3}{2}倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -10 & -21 & -14 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3行目を掃き出します。

左 R(1,4;-\frac{3}{2}); 1行目に4行目を-\frac{3}{2}倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & 0 & -\frac{11}{2} & -\frac{9}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -10 & -21 & -14 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(2,4;1); 2行目に4行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & 0 & -\frac{11}{2} & -\frac{9}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -10 & -21 & -14 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,4;10); 3行目に4行目を10倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & -1 & 0 & -\frac{11}{2} & -\frac{9}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 19 & 16 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

2行目を掃き出します。

左 R(1,3;1); 1行目に3行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{5}{2} & 0 & 0 & \frac{27}{2} & \frac{23}{2} & 1 & \frac{17}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 19 & 16 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

1行目を掃き出します。

左 R(1,2;-\frac{5}{2}); 1行目に2行目を-\frac{5}{2}倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 11 & 9 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 19 & 16 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 11 & 9 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 19 & 16 & 1 & 10 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A.9

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 4 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 2 & -5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1;\frac{1}{4}); 1行目を\frac{1}{4}倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 2 & -5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2行目に1行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 2 & -5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;9) ; 4行目に1行目を9倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{9}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-\frac{2}{3}) ; 2行目を-\frac{2}{3}倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{9}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{7}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{9}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,2;\frac{1}{4}) ; 4行目に2行目を\frac{1}{4}倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{5}{6} & \frac{13}{6} & -\frac{1}{6} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;-3) ; 3行目を-3倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{5}{6} & \frac{13}{6} & -\frac{1}{6} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;-\frac{4}{3}) ; 4行目に3行目を-\frac{4}{3}倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & 4 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(4;2) ; 4行目を2倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 5 & 8 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3行目を掃き出します。

左 R(1,4;\frac{3}{4}) ; 1行目に4行目を\frac{3}{4}倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & \frac{11}{2} & \frac{15}{4} & 6 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 5 & 8 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(2,4;\frac{1}{3}) ; 2行目に4行目を\frac{1}{3}倍して、加える

A.10

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & \frac{11}{2} & \frac{15}{4} & 6 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & 0 & 2 & 1 & \frac{8}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 5 & 8 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(3,4;1); 3 行目に 4 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & \frac{11}{2} & \frac{15}{4} & 6 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & 0 & 2 & 1 & \frac{8}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 5 & 8 & 2 \end{array} \right)$$

2 行目を掃き出します。

左 R(1,3;-\frac{3}{4}); 1 行目に 3 行目を -\frac{3}{4} 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & \frac{9}{4} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & 0 & 2 & 1 & \frac{8}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 5 & 8 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;\frac{5}{3}); 2 行目に 3 行目を \frac{5}{3} 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & \frac{9}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 12 & 6 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 5 & 8 & 2 \end{array} \right)$$

1 行目を掃き出します。

左 R(1,2;\frac{1}{4}); 1 行目に 2 行目を \frac{1}{4} 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 12 & 6 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 5 & 8 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 & 1 \\ 12 & 6 & 11 & 4 \\ 6 & 3 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 8 & 0 & -3 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 1 & 4 & -3 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 6 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 0 & 2 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;\frac{1}{8}); 1 行目を \frac{1}{8} 倍

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 1 & 4 & -3 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 6 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 0 & 2 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;8); 2 行目に 1 行目を 8 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 6 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 0 & 2 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-2); 3 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{9}{4} & \frac{21}{4} & -1 & -\frac{1}{4} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & -9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -9 & 0 & 2 & -2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;-1); 4 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(5;24)$; 5 行目を 24 倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{21}{13} & 0 & \frac{5}{13} & \frac{4}{13} & -\frac{4}{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{13}{24} & -\frac{5}{8} & \frac{1}{24} & \frac{17}{8} & \frac{13}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & 0 & 0 & \frac{67}{8} & \frac{13}{4} & 9 & \frac{49}{8} & \frac{57}{8} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 28 & 12 & 33 & 22 & 24 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{21}{13} & 0 & \frac{5}{13} & \frac{4}{13} & -\frac{4}{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 14 & 6 & 20 & 13 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

左 $R(3,4;\frac{21}{13})$; 3 行目に 4 行目を $\frac{21}{13}$ 倍して、加える

後退消去を行います。

4 行目を掃き出します。

左 $R(1,5;\frac{1}{2})$; 1 行目に 5 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} & 0 & \frac{109}{8} & \frac{11}{2} & \frac{33}{2} & 11 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{21}{13} & 0 & \frac{5}{13} & \frac{4}{13} & -\frac{4}{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{13}{24} & -\frac{5}{8} & \frac{1}{24} & \frac{17}{8} & \frac{13}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & 0 & 0 & \frac{67}{8} & \frac{13}{4} & 9 & \frac{49}{8} & \frac{57}{8} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 28 & 12 & 33 & 22 & 24 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 23 & 10 & 32 & 21 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 14 & 6 & 20 & 13 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

2 行目を掃き出します。

左 $R(1,3;\frac{3}{8})$; 1 行目に 3 行目を $\frac{3}{8}$ 倍して、加える

左 $R(2,5;1)$; 2 行目に 5 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} & 0 & \frac{109}{8} & \frac{11}{2} & \frac{33}{2} & 11 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 28 & 12 & 33 & 22 & 24 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{21}{13} & 0 & \frac{5}{13} & \frac{4}{13} & -\frac{4}{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{13}{24} & -\frac{5}{8} & \frac{1}{24} & \frac{17}{8} & \frac{13}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17 & 7 & 21 & 14 & 15 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 28 & 12 & 33 & 22 & 24 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 23 & 10 & 32 & 21 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 14 & 6 & 20 & 13 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;-1)$; 2 行目に 3 行目を -1 倍して、加える

左 $R(4,5;\frac{13}{24})$; 4 行目に 5 行目を $\frac{13}{24}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{3}{8} & 0 & \frac{109}{8} & \frac{11}{2} & \frac{33}{2} & 11 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 28 & 12 & 33 & 22 & 24 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{21}{13} & 0 & \frac{5}{13} & \frac{4}{13} & -\frac{4}{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 14 & 6 & 20 & 13 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17 & 7 & 21 & 14 & 15 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 23 & 10 & 32 & 21 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 14 & 6 & 20 & 13 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

3 行目を掃き出します。

左 $R(1,4;-\frac{3}{8})$; 1 行目に 4 行目を $-\frac{3}{8}$ 倍して、加える

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{cccc} 17 & 7 & 21 & 14 & 15 \\ 5 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 23 & 10 & 32 & 21 & 21 \\ 14 & 6 & 20 & 13 & 13 \\ 27 & 11 & 33 & 22 & 24 \end{array} \right)$$

A.11

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -3 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{3})$; 1 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(2, 1; -2)$; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -\frac{5}{3} & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(3, 1; 1)$; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -\frac{5}{3} & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{3}{7})$; 2 行目を $\frac{3}{7}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 $R(3, 2; \frac{5}{3})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{5}{7} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3; 7)$; 3 行目を 7 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 7 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 行目を掃き出します。

左 $R(1, 3; \frac{2}{3})$; 1 行目に 3 行目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{10}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 7 \end{array} \right)$$

左 $R(2, 3; \frac{5}{7})$; 2 行目に 3 行目を $\frac{5}{7}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{10}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 7 \end{array} \right)$$

1 行目を掃き出します。

左 $R(1, 2; -\frac{1}{3})$; 1 行目に 2 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 7 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

A.12

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;1) ; 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;-1) ; 4行目に1行目を-1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;1/5) ; 2行目を1/5倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(3,2;-2) ; 3行目に2行目を-2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{27}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,2;4) ; 4行目に2行目を4倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{23}{5} & -\frac{27}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{5} & \frac{19}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;5/23) ; 3行目を5/23倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{23} & \frac{3}{23} & -\frac{2}{23} & \frac{5}{23} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{5} & \frac{19}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

左 R(4,3;16/5) ; 4行目に3行目を16/5倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{23} & \frac{3}{23} & -\frac{2}{23} & \frac{5}{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{23} & \frac{23}{5} & \frac{12}{23} & \frac{16}{23} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(4;23) ; 4行目を23倍

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{23} & \frac{3}{23} & -\frac{2}{23} & \frac{5}{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 12 & 16 & 23 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3行目を掃き出します。

左 $R(1,4;1)$; 1行目に4行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 12 & 16 & 23 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{23} & \frac{3}{23} & -\frac{2}{23} & \frac{5}{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 12 & 16 & 23 \end{array} \right)$$

左 $R(2,4;-\frac{1}{5})$; 2行目に4行目を $-\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 12 & 16 & 23 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{11}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{23}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{27}{23} & \frac{3}{23} & -\frac{2}{23} & \frac{5}{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 12 & 16 & 23 \end{array} \right)$$

左 $R(3,4;\frac{27}{23})$; 3行目に4行目を $\frac{27}{23}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 12 & 16 & 23 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{4}{5} & -\frac{11}{5} & -\frac{16}{5} & -\frac{23}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 14 & 19 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 12 & 16 & 23 \end{array} \right)$$

2行目を掃き出します。

左 $R(2,3;\frac{4}{5})$; 2行目に3行目を $\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 12 & 16 & 23 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 & 9 & 12 & 17 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 14 & 19 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 12 & 16 & 23 \end{array} \right)$$

1行目を掃き出します。

左 $R(1,2;-1)$; 1行目に2行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 & 9 & 12 & 17 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 14 & 19 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 12 & 16 & 23 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 12 & 17 \\ 6 & 14 & 19 & 27 \\ 5 & 12 & 16 & 23 \end{pmatrix}$$