

# 代幾 I 計算演習 [問題] (2006/10/05)

問. 次の行列の逆行列を求めなさい。

Q.1

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -7 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & -1 \\ 5 & -2 & 4 & -6 \\ -4 & 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Q.7

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 & -5 \\ 2 & 4 & -1 & -6 \\ -3 & -5 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -5 \\ -2 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.8

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Q.3

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.9

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 5 & 3 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & -9 \end{pmatrix}$$

Q.4

$$\begin{pmatrix} -3 & -4 & 3 & 7 \\ 5 & 1 & -5 & -1 \\ -5 & -1 & 6 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.10

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

Q.5

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.11

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.6

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \\ -7 & -3 & 6 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Q.12

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

# 代幾 I 計算演習 [解答] (2006/10/05)

A.1

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} -1 & 3 & -7 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & 4 & -6 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-1)$ ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & 4 & -6 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(2,1;-2)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -11 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -2 & 4 & -6 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(3,1;-5)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-5$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -11 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & -31 & -6 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(4,1;4)$ ; 4 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -11 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & -31 & -6 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & 25 & 4 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;\frac{1}{4})$ ; 2 行目を  $\frac{1}{4}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 13 & -31 & -6 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & 25 & 4 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(3,2;-13)$ ; 3 行目に 2 行目を  $-13$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{19}{4} & -\frac{11}{4} & -\frac{3}{2} & -\frac{13}{4} & 1 & 0 \\ 0 & -10 & 25 & 4 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(4,2;10)$ ; 4 行目に 2 行目を 10 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{19}{4} & -\frac{11}{4} & -\frac{3}{2} & -\frac{13}{4} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;\frac{4}{19})$ ; 3 行目を  $\frac{4}{19}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{19} & -\frac{6}{19} & -\frac{13}{19} & \frac{4}{19} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(4,3;\frac{5}{2})$ ; 4 行目に 3 行目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{19} & -\frac{6}{19} & -\frac{13}{19} & \frac{4}{19} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{19} & \frac{4}{19} & \frac{15}{19} & \frac{10}{19} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;19) ; 4 行目を 19 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{19} & -\frac{6}{19} & -\frac{13}{19} & \frac{4}{19} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 10 & 19 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3 列目を掃き出します。

左 R(2,4; $\frac{1}{4}$ ) ; 2 行目に 4 行目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & 0 & \frac{3}{2} & 4 & \frac{5}{2} & \frac{19}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{19} & -\frac{6}{19} & -\frac{13}{19} & \frac{4}{19} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 10 & 19 \end{array} \right)$$

左 R(3,4; $\frac{11}{19}$ ) ; 3 行目に 4 行目を  $\frac{11}{19}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 7 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & 0 & \frac{3}{2} & 4 & \frac{5}{2} & \frac{19}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 8 & 6 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 10 & 19 \end{array} \right)$$

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;-7) ; 1 行目に 3 行目を  $-7$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 0 & 0 & -15 & -56 & -42 & -77 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{4} & 0 & \frac{3}{2} & 4 & \frac{5}{2} & \frac{19}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 8 & 6 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 10 & 19 \end{array} \right)$$

左 R(2,3; $\frac{11}{4}$ ) ; 2 行目に 3 行目を  $\frac{11}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -3 & 0 & 0 & -15 & -56 & -42 & -77 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 7 & 26 & 19 & 35 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 8 & 6 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 10 & 19 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;3) ; 1 行目に 2 行目を 3 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 22 & 15 & 28 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 7 & 26 & 19 & 35 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 8 & 6 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 10 & 19 \end{array} \right)$$
$$A^{-1} = \left( \begin{array}{cccc} 6 & 22 & 15 & 28 \\ 7 & 26 & 19 & 35 \\ 2 & 8 & 6 & 11 \\ 4 & 15 & 10 & 19 \end{array} \right)$$

A.2

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素 (1, 1) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(2, 1) に 0 でない要素をみつけたので、それを対角要素と交換します。

左 P(1,2) ; 1 行目と 2 行目を交換

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} -2 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $-\frac{1}{2}$ ) ; 1 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{5}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,1;-3) ; 3 行目に 1 行目を  $-3$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{5}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{11}{2} & 0 & \frac{3}{2} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{5}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3 行目を 2 倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{5}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3; $\frac{5}{2}$ ) ; 1 行目に 3 行目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 5 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;5) ; 2 行目に 3 行目を 5 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 5 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 11 & 15 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 5 \\ 11 & 15 & 10 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

A.3

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-2) ; 3 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-1) ; 2 行目を -1 倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;-2) ; 3 行目に 2 行目を -2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(2,3;1) ; 2 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;1) ; 1 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

A.4

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} -3 & -4 & 3 & 7 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{3})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(2,1;-5)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-5$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{17}{3} & 0 & \frac{32}{3} & \frac{5}{3} & 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(3,1;5)$ ; 3 行目に 1 行目を 5 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{17}{3} & 0 & \frac{32}{3} & \frac{5}{3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{17}{3} & 1 & -\frac{35}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(4,1;1)$ ; 4 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{17}{3} & 0 & \frac{32}{3} & \frac{5}{3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{17}{3} & 1 & -\frac{35}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -1 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; -\frac{3}{17})$ ; 2 行目を  $-\frac{3}{17}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{32}{17} & -\frac{5}{17} & -\frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{17}{3} & 1 & -\frac{35}{3} & -\frac{5}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -1 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(3,2; -\frac{17}{3})$ ; 3 行目に 2 行目を  $-\frac{17}{3}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{32}{17} & -\frac{5}{17} & -\frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -1 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(4,2; -\frac{7}{3})$ ; 4 行目に 2 行目を  $-\frac{7}{3}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{32}{17} & -\frac{5}{17} & -\frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{18}{17} & \frac{6}{17} & \frac{7}{17} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(4,3;1)$ ; 4 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{32}{17} & -\frac{5}{17} & -\frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{17} & \frac{6}{17} & \frac{24}{17} & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(4;17)$ ; 4 行目を 17 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -\frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{32}{17} & -\frac{5}{17} & -\frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 24 & 17 & 17 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3 列目を掃き出します。

左  $R(1,4; \frac{7}{3})$ ; 1 行目に 4 行目を  $\frac{7}{3}$  倍して、加える

A.5

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & \frac{41}{3} & 56 & \frac{119}{3} & \frac{119}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{32}{17} & -\frac{5}{17} & -\frac{3}{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 24 & 17 & 17 \end{array} \right)$$

左 R(2,4; $\frac{32}{17}$ ) ; 2行目に4行目を $\frac{32}{17}$ 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & \frac{41}{3} & 56 & \frac{119}{3} & \frac{119}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 11 & 45 & 32 & 32 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 24 & 17 & 17 \end{array} \right)$$

左 R(3,4;1) ; 3行目に4行目を1倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & -1 & 0 & \frac{41}{3} & 56 & \frac{119}{3} & \frac{119}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 11 & 45 & 32 & 32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 25 & 18 & 17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 24 & 17 & 17 \end{array} \right)$$

2列目を掃き出します。

左 R(1,3;1) ; 1行目に3行目を1倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & \frac{59}{3} & 81 & \frac{173}{3} & \frac{170}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 11 & 45 & 32 & 32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 25 & 18 & 17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 24 & 17 & 17 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 R(1,2; $-\frac{4}{3}$ ) ; 1行目に2行目を $-\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 21 & 15 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 11 & 45 & 32 & 32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 25 & 18 & 17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 24 & 17 & 17 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 21 & 15 & 14 \\ 11 & 45 & 32 & 32 \\ 6 & 25 & 18 & 17 \\ 6 & 24 & 17 & 17 \end{pmatrix}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} -1 & -3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1行目を-1倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,1;-1) ; 3行目に1行目を-1倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;2) ; 3行目に2行目を2倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 R(1,3;3) ; 1行目に3行目を3倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & 2 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 R(1,2;-3) ; 1行目に2行目を-3倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

A.6

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} -1 & 2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -7 & -3 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -7 & -3 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-5) ; 2 行目に 1 行目を -5 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & -10 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ -7 & -3 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;7) ; 3 行目に 1 行目を 7 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & -10 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -17 & -1 & 14 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;-2) ; 4 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & -10 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -17 & -1 & 14 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;1/12) ; 2 行目を 1/12 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/12 & -5/6 & 5/12 & 1/12 & 0 & 0 \\ 0 & -17 & -1 & 14 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;17) ; 3 行目に 2 行目を 17 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/12 & -5/6 & 5/12 & 1/12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5/12 & -1/6 & 1/12 & 1/12 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,2;-2) ; 4 行目に 2 行目を -2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/12 & -5/6 & 5/12 & 1/12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5/12 & -1/6 & 1/12 & 1/12 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -7/6 & 2/3 & 7/6 & -1/6 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;12/5) ; 3 行目を 12/5 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/12 & -5/6 & 5/12 & 1/12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2/3 & 1/5 & 1/5 & 12/5 & 0 \\ 0 & 0 & -7/6 & 2/3 & 7/6 & -1/6 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(4,3;7/6) ; 4 行目に 3 行目を 7/6 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{17}{5} & \frac{12}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{7}{5} & \frac{19}{5} & \frac{14}{5} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;5) ; 4 行目を 5 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{17}{5} & \frac{12}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 19 & 14 & 5 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3 列目を掃き出します。

左 R(1,4;-2) ; 1 行目に 4 行目を -2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 0 & -15 & -38 & -28 & -10 \\ 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{5}{6} & \frac{5}{12} & \frac{1}{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{17}{5} & \frac{12}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 19 & 14 & 5 \end{array} \right)$$

左 R(2,4; $\frac{5}{6}$ ) ; 2 行目に 4 行目を  $\frac{5}{6}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 0 & -15 & -38 & -28 & -10 \\ 0 & 1 & \frac{1}{12} & 0 & \frac{25}{4} & \frac{191}{12} & \frac{35}{3} & \frac{25}{6} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{17}{5} & \frac{12}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 19 & 14 & 5 \end{array} \right)$$

左 R(3,4; $\frac{2}{5}$ ) ; 3 行目に 4 行目を  $\frac{2}{5}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & -1 & 0 & -15 & -38 & -28 & -10 \\ 0 & 1 & \frac{1}{12} & 0 & \frac{25}{4} & \frac{191}{12} & \frac{35}{3} & \frac{25}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 11 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 19 & 14 & 5 \end{array} \right)$$

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;1) ; 1 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & -12 & -27 & -20 & -8 \\ 0 & 1 & \frac{1}{12} & 0 & \frac{25}{4} & \frac{191}{12} & \frac{35}{3} & \frac{25}{6} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 11 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 19 & 14 & 5 \end{array} \right)$$

左 R(2,3; $-\frac{1}{12}$ ) ; 2 行目に 3 行目を  $-\frac{1}{12}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & -12 & -27 & -20 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 15 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 11 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 19 & 14 & 5 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;2) ; 1 行目に 2 行目を 2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 15 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 11 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 19 & 14 & 5 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 0 \\ 6 & 15 & 11 & 4 \\ 3 & 11 & 8 & 2 \\ 7 & 19 & 14 & 5 \end{pmatrix}$$

A.7

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 4 & 3 & -1 & -5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 8 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{4}$ ) ; 1 行目を  $\frac{1}{4}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 8 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-2) ; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -5 & 1 & 8 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;3) ; 3 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{1}{4} & \frac{17}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;-1) ; 4 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{7}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{1}{4} & \frac{17}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{9}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{15}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{2}{5}$ ) ; 2 行目を  $\frac{2}{5}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{11}{4} & \frac{1}{4} & \frac{17}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{9}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{15}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2; $\frac{11}{4}$ ) ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{11}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{10} & -\frac{17}{10} & -\frac{1}{10} & \frac{11}{10} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{9}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{15}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,2;- $\frac{9}{4}$ ) ; 4 行目に 2 行目を - $\frac{9}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{10} & -\frac{17}{10} & -\frac{1}{10} & \frac{11}{10} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{10} & -\frac{33}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{9}{10} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;- $\frac{10}{3}$ ) ; 3 行目を - $\frac{10}{3}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{11}{3} & -\frac{10}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{7}{10} & -\frac{33}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{9}{10} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(4,3;- $\frac{7}{10}$ ) ; 4 行目に 3 行目を - $\frac{7}{10}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{11}{3} & -\frac{10}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{37}{3} & \frac{7}{3} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;3) ; 4 行目を 3 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{11}{3} & -\frac{10}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & \frac{5}{3} & 7 & 3 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3 列目を掃き出します。

左 R(1,4; $\frac{5}{4}$ ) ; 1 行目に 4 行目を  $\frac{5}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{11}{4} & \frac{25}{4} & \frac{35}{4} & \frac{15}{4} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{7}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{11}{3} & -\frac{10}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & \frac{5}{3} & 7 & 3 \end{array} \right)$$

左 R(2,4; $\frac{7}{5}$ ) ; 2 行目に 4 行目を  $\frac{7}{5}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{11}{4} & \frac{25}{4} & \frac{35}{4} & \frac{15}{4} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{13}{5} & \frac{37}{5} & \frac{49}{5} & \frac{21}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{11}{3} & -\frac{10}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & \frac{5}{3} & 7 & 3 \end{array} \right)$$

左 R(3,4; $\frac{4}{3}$ ) ; 3 行目に 4 行目を  $\frac{4}{3}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{11}{4} & \frac{25}{4} & \frac{35}{4} & \frac{15}{4} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{13}{5} & \frac{37}{5} & \frac{49}{5} & \frac{21}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 5 & 7 & 3 \end{array} \right)$$

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3; $\frac{1}{4}$ ) ; 1 行目に 3 行目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & \frac{13}{4} & 7 & \frac{41}{4} & \frac{19}{4} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{13}{5} & \frac{37}{5} & \frac{49}{5} & \frac{21}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 5 & 7 & 3 \end{array} \right)$$

左 R(2,3; $\frac{1}{5}$ ) ; 2 行目に 3 行目を  $\frac{1}{5}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{3}{4} & 0 & 0 & \frac{13}{4} & 7 & \frac{41}{4} & \frac{19}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 8 & 11 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 5 & 7 & 3 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2; $-\frac{3}{4}$ ) ; 1 行目に 2 行目を  $-\frac{3}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 8 & 11 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 5 & 7 & 3 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 8 & 11 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

A.8

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-1) ; 3 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;2) ; 4 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(4,2;4) ; 4 行目に 2 行目を 4 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -3 & 6 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3; $-\frac{1}{2}$ ) ; 3 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -3 & 6 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(4,3;-7) ; 4 行目に 3 行目を  $-7$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 4 & \frac{7}{2} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;2) ; 4 行目を 2 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3 列目を掃き出します。

左 R(1,4;1) ; 1 行目に 4 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 6 & 8 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(2,4;1) ; 2 行目に 4 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 6 & 8 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 6 & 9 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(3,4; $\frac{1}{2}$ ) ; 3 行目に 4 行目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 6 & 8 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 6 & 9 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;-1) ; 1 行目に 3 行目を -1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 3 & 4 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 6 & 9 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;-2) ; 2 行目に 3 行目を -2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 3 & 4 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;1) ; 1 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 5 & 8 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

A.9

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} -2 & -1 & 5 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -8 & -9 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;- $\frac{1}{2}$ ) ; 1 行目を - $\frac{1}{2}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -8 & -9 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;2) ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -8 & -9 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-1) ; 3 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{9}{2} & \frac{7}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -8 & -9 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,1;-4) ; 4 行目に 1 行目を  $-4$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{9}{2} & \frac{7}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2; $\frac{3}{2}$ ) ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & \frac{1}{2} & -1 & \frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(4,2;-1) ; 4 行目に 2 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & \frac{1}{2} & -1 & \frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3; $-\frac{1}{3}$ ) ; 3 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(4,3;-7) ; 4 行目に 3 行目を  $-7$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{3}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(4;6) ; 4 行目を 6 倍

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 14 & 6 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

3 列目を掃き出します。

左 R(1,4; $\frac{3}{2}$ ) ; 1 行目に 4 行目を  $\frac{3}{2}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{11}{2} & \frac{45}{2} & 21 & 9 \\ 0 & 1 & -5 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 14 & 6 \end{array} \right)$$

左 R(2,4;2) ; 2 行目に 4 行目を 2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{11}{2} & \frac{45}{2} & 21 & 9 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 7 & 31 & 28 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 14 & 6 \end{array} \right)$$

左 R(3,4; $\frac{1}{6}$ ) ; 3 行目に 4 行目を  $\frac{1}{6}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{11}{2} & \frac{45}{2} & 21 & 9 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 7 & 31 & 28 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 14 & 6 \end{array} \right)$$

2 列目を掃き出します。

左  $R(1,3;\frac{5}{2})$ ; 1 行目に 3 行目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 8 & \frac{55}{2} & 26 & \frac{23}{2} \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 7 & 31 & 28 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 14 & 6 \end{array} \right)$$

左  $R(2,3;5)$ ; 2 行目に 3 行目を 5 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 8 & \frac{55}{2} & 26 & \frac{23}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 12 & 41 & 38 & 17 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 14 & 6 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左  $R(1,2;-\frac{1}{2})$ ; 1 行目に 2 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 7 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 12 & 41 & 38 & 17 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 15 & 14 & 6 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 7 & 3 \\ 12 & 41 & 38 & 17 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 15 & 14 & 6 \end{pmatrix}$$

A.10

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-1)$ ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -7 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(3,1;-1)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -7 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(3,2;1)$ ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -7 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左  $R(1,3;7)$ ; 1 行目に 3 行目を 7 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 6 & 7 & 7 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(2,3;1)$ ; 2 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 6 & 7 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左  $R(1,2;-1)$ ; 1 行目に 2 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 5 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

A.11

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(2,1;-5)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-5$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & -5 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(3,1;2)$  ; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & -5 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;\frac{1}{4})$  ; 2 行目を  $\frac{1}{4}$  倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(3,2;1)$  ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;4)$  ; 3 行目を 4 倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左  $R(2,3;\frac{3}{4})$  ; 2 行目に 3 行目を  $\frac{3}{4}$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \left( \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

A.12

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-1)$  ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(2,1;-1)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左  $R(3,1;-1)$  ; 3 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;-1)$  ; 2 行目を  $-1$  倍

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左  $R(3,2;-2)$  ; 3行目に2行目を  $-2$  倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左  $R(2,3;1)$  ; 2行目に3行目を1倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左  $R(1,2;1)$  ; 1行目に2行目を1倍して、加える

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$