

## 代幾 I 演習 (2006/11/09)

問題 208 次の基本行列の行列式を求めなさい。

1.  $P_n(i, j)$ , 2.  $Q_n(i; c)$ , 3.  $R_n(i, j, c)$ .

問題 209 演習書の p.13 の 1 章の類題 7 を解きなさい。

問題 210 演習書の p.13 の 1 章の類題 8 を解きなさい。

問題 211 冪零行列<sup>1</sup> は正則でないことを示せ。(ヒント :  $A$  が正則ならば  $|A| \neq 0$  であることと、 $|AB| = |A||B|$  を用いよ。)

問題 212 演習書の p.31 の 類題 7 を解きなさい。

問題 213 演習書の p.32 の 類題 8 を解きなさい。

問題 214 直交行列<sup>2</sup>  $A$  の行列式  $|A|$  の値を求めよ。(ヒント :  $|E| = 1$ ,  $|AB| = |A||B|$  を用いよ。)

問題 215 演習書の p.18 の 1 章の問題 1.3 を解きなさい。

問題 216 演習書の p.18 の 1 章の問題 1.4 を解きなさい。

問題 217 実行列  $X = \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix}$  に対し、次の行列式を求めよ。

1.  $\det X$ , 2.  $\det(E - X)$ .

問題 218 演習書の p.18 の 1 章の問題 1.5 を解きなさい。

問題 219 演習書の p.18 の 1 章の問題 1.6 を解きなさい。

問題 220 次の行列式を因数分解せよ。

1.  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ , 2.  $\begin{vmatrix} x & i & 1 & -i \\ -i & x & i & 1 \\ 1 & -i & x & i \\ i & 1 & -i & x \end{vmatrix}$

<sup>1</sup> $A$  が冪零行列であることの定義は、ある自然数  $n$  が存在し、 $A^n = O$  (ただし、 $O$  は零行列) となることである。

<sup>2</sup> $A$  が直交行列であることの定義は、 ${}^tAA = E$  となることである。

問題 221 演習書の p.75 の 5 章の類題 4 を解きなさい。

問題 222 演習書の p.76 の 5 章の類題 5 を解きなさい。

問題 223 次の等式を証明せよ。

$$1. \begin{vmatrix} a_1 + b_1 & b_1 + c_1 & c_1 + a_1 \\ a_2 + b_2 & b_2 + c_2 & c_2 + a_2 \\ a_3 + b_3 & b_3 + c_3 & c_3 + a_3 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} na_1 + b_1 & na_2 + b_2 & na_3 + b_3 \\ nb_1 + c_1 & nb_2 + c_2 & nb_3 + c_3 \\ nc_1 + a_1 & nc_2 + a_2 & nc_3 + a_3 \end{vmatrix} = (n+1)(n^2 - n + 1) \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

問題 224 演習書の p.78 の 5 章の類題 6 を解きなさい。

問題 225 演習書の p.80 の 5 章の類題 7 を解きなさい。

問題 226 次の等式を証明せよ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & c+a & a+b \\ bc & ca & ab \end{vmatrix} = -(a-b)(b-c)(c-a)$$

問題 227 演習書の p.19 の 1 章の問題 1.8 を解きなさい。

問題 228 演習書の p.19 の 1 章の問題 1.10 を解きなさい。

問題 229  $A$  を 3 次行列とする。このとき次の行列の行列式の値を  $|A|$  を用いて表わせ。

$$1. A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2. A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} A, \quad 4. A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 230 演習書の p.33 の 類題 9 を解きなさい。

問題 231 演習書の p.34 の 2 章の問題の 2.2 を解きなさい。

問題 232 演習書の p.34 の 2 章の問題の 2.3 を解きなさい。

問題 233 演習書の p.35 の 2 章の問題の 2.4 を解きなさい。