

基本変形を利用する上での留意点

栗野俊一 * <kurino@math.cst.nihon-u.ac.jp>

2007/01/18 版

1 基本変形

基本変形とは、行列の要素に対する、次の六つの操作を言う。

向き/種類	P(i,j)	Q(i;c)	R(i,j;c)
左(行)	i 行目と j 行目を交換	i 行目を c 倍	i 行目に j 行目の c 倍を加える
右(列)	i 列目と j 列目を交換	i 列目を c 倍	j 列目に i 列目の c 倍を加える

2 基本変形によって解ける問題

基本変形によって、解くことができる問題には以下のようなものがある。

rank (階数) の計算

逆行列

連立方程式

行列式

ただし、問題によって、使ってはいけない操作や、使ってもよいが、使った場合は気を付ける必要がある操作がある。

問題	左 P	左 Q	左 R	右 P	右 Q	右 R	備考
rank (階数)							基本的に何を使ってもよい
逆行列				×	×	×	停止したら逆行列はない
連立方程式					×	×	右 P を使った、最後に変数名の交換が必要
行列式							基本的に何を使ってもよい
(値)	-1	1/c	1	-1	1/c	1	行列式の外に出る定数

これの利用を推奨する

どうしても必要な場合だけ利用する

利用可能だが、利用しなくてもよい

* 日本大学理工学部数学科

3 計算ミスをさけるには..

例えば、rank や行列式の計算では、どの基本操作を利用してもよいが、逆に、逆行列では、左 (行) の操作しか許されない。変わり種は、連立方程式で、列の交換ができないと解けない問題があり、どうしても必要ならば、列の交換を利用するが、その場合は、最後の答を出す時に、変数名の交換が必要になるので面倒である。したがって、可能な限り、列の交換も使わない方がよい。

一般に、基本変形を行う場合は、可能でも列の操作を利用しない習慣をつけるとよいだろう。そうすれば、連立方程式以外は全て、同一の方法で解くことができる。連立方程式も、列の交換をたまに利用するだけだ。

行列式の計算では、更に、列の定数倍 ($Q(i;1/c)$) も避けた方がよい。なぜなら、これを利用すると、計算の途中に分数が現れて、計算ミスの原因になるからだ。

元々の行列の要素が全て整数であれば、ユークリッドの互除法を巧く利用することにより、行列の計算は、分数計算を一切使わずにもとめることができる。

4 確かめ算をしよう

逆行列と、連立方程式は、確かめ算ができる。したがって、答を求めたら、必ず、確かめ算をすること。

基本変形の問題は、計算量が多いので、計算ミスは避けられないといってもよい。したがって、もちろん、できるだけミスが生じないようにするのは当然としても、確かめ算をすることによって、そのミスが発見できる。

途中のちょっとした計算ミスのために、問題がまるまる×になるのでは泣ききれない。