

# 代幾 I 計算演習 [問題] (2007/10/18)

問. 次の行列の階数 (Rank) を求めよ

Q.1

$$\begin{pmatrix} 5 & -5 & 7 & -5 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 & -2 \\ -8 & 3 & -8 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 5 & -5 & -7 \\ -7 & 8 & 4 & -4 & -4 \\ 9 & -5 & -3 & 3 & 1 \\ -3 & -5 & -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Q.3

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 & -6 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

Q.4

$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & -1 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 0 & -4 & -4 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.5

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 & 4 & -5 \\ -4 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 7 & -7 & 5 & 7 & -7 \\ -3 & 3 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Q.6

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.7

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 5 & -4 & 7 \\ -8 & 1 & 4 & -2 & 7 \\ 5 & -4 & -6 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

Q.8

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & -4 \\ -2 & -6 & 6 & -1 \\ 2 & 7 & -7 & 1 \\ -1 & -4 & 4 & -1 \\ -1 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.9

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 6 \\ 3 & 3 & -6 \\ -6 & 2 & 6 \\ -2 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

Q.10

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ -1 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Q.11

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & -2 \\ -4 & 6 & -2 & 9 \\ -3 & -5 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Q.12

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -6 & 1 & -8 & 9 & -4 \\ -1 & 3 & 5 & -4 & 2 \\ 4 & -1 & 6 & -6 & 4 \\ -4 & 3 & -6 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

# 代幾 I 計算演習 [解答] (2007/10/18)

A.1

$$\begin{pmatrix} 5 & -5 & 7 & -5 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 & -2 \\ -8 & 3 & -8 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; \frac{1}{5})$ ; 1 行目を  $\frac{1}{5}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{7}{5} & -1 & -\frac{4}{5} \\ -3 & 4 & -5 & 3 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 & -2 \\ -8 & 3 & -8 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(2,1;3)$ ; 2 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{7}{5} & -1 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ -1 & -3 & 2 & 1 & -2 \\ -8 & 3 & -8 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;1)$ ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{7}{5} & -1 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & -4 & \frac{17}{5} & 0 & -\frac{14}{5} \\ -8 & 3 & -8 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;8)$ ; 4 行目に 1 行目を 8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{7}{5} & -1 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & -4 & \frac{17}{5} & 0 & -\frac{14}{5} \\ 0 & -5 & \frac{16}{5} & 0 & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$ ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{7}{5} & -1 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & -4 & \frac{17}{5} & 0 & -\frac{14}{5} \\ 0 & -5 & \frac{16}{5} & 0 & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;-\frac{7}{5})$ ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{7}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & -4 & \frac{17}{5} & 0 & -\frac{14}{5} \\ 0 & -5 & \frac{16}{5} & 0 & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;1)$ ; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & -4 & \frac{17}{5} & 0 & -\frac{14}{5} \\ 0 & -5 & \frac{16}{5} & 0 & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;\frac{4}{5})$ ; 5 列目に 1 列目を  $\frac{4}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & -4 & \frac{17}{5} & 0 & -\frac{14}{5} \\ 0 & -5 & \frac{16}{5} & 0 & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左 R(3,2;4) ; 3行目に2行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & -5 & \frac{16}{5} & 0 & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;5) ; 4行目に2行目を5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(2,3; $\frac{4}{5}$ ) ; 3列目に2列目を $\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$$

右 R(2,5; $-\frac{3}{5}$ ) ; 5列目に2列目を $-\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3,5) ; 3行目を5倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{5} & 0 & \frac{8}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左 R(4,3; $\frac{4}{5}$ ) ; 4行目に3行目を $\frac{4}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(3,5;2) ; 5列目に3列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.2

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 5 & -5 & -7 \\ -7 & 8 & 4 & -4 & -4 \\ 9 & -5 & -3 & 3 & 1 \\ -3 & -5 & -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{2})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \\ -7 & 8 & 4 & -4 & -4 \\ 9 & -5 & -3 & 3 & 1 \\ -3 & -5 & -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(2,1;7)$ ; 2 行目に 1 行目を 7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{19}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{27}{2} & \frac{41}{2} \\ 9 & -5 & -3 & 3 & 1 \\ -3 & -5 & -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-9)$ ; 3 行目に 1 行目を  $-9$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{19}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{27}{2} & \frac{41}{2} \\ 0 & \frac{35}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{39}{2} & -\frac{61}{2} \\ -3 & -5 & -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;3)$ ; 4 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{19}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{27}{2} & \frac{41}{2} \\ 0 & \frac{35}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{39}{2} & -\frac{61}{2} \\ 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & \frac{37}{2} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(1,2;\frac{5}{2})$ ; 2 列目に 1 列目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{19}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{27}{2} & \frac{41}{2} \\ 0 & \frac{35}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{39}{2} & -\frac{61}{2} \\ 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & \frac{37}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;\frac{5}{2})$ ; 3 列目に 1 列目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{19}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{27}{2} & \frac{41}{2} \\ 0 & \frac{35}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{39}{2} & -\frac{61}{2} \\ 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & \frac{37}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;-\frac{5}{2})$ ; 4 列目に 1 列目を  $-\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{19}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{27}{2} & \frac{41}{2} \\ 0 & \frac{35}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{39}{2} & -\frac{61}{2} \\ 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & \frac{37}{2} \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;-\frac{7}{2})$ ; 5 列目に 1 列目を  $-\frac{7}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{19}{2} & -\frac{27}{2} & \frac{27}{2} & \frac{41}{2} \\ 0 & \frac{35}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{39}{2} & -\frac{61}{2} \\ 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & \frac{37}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; -\frac{2}{19})$ ; 2行目を  $-\frac{2}{19}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{27}{19} & -\frac{27}{19} & -\frac{41}{19} \\ 0 & \frac{35}{2} & \frac{39}{2} & -\frac{39}{2} & -\frac{61}{2} \\ 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & \frac{37}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左  $R(3, 2; -\frac{35}{2})$ ; 3行目に2行目を  $-\frac{35}{2}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{27}{19} & -\frac{27}{19} & -\frac{41}{19} \\ 0 & 0 & -\frac{102}{19} & \frac{102}{19} & \frac{138}{19} \\ 0 & -\frac{25}{2} & -\frac{23}{2} & \frac{23}{2} & \frac{37}{2} \end{pmatrix}$$

左  $R(4, 2; \frac{25}{2})$ ; 4行目に2行目を  $\frac{25}{2}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{27}{19} & -\frac{27}{19} & -\frac{41}{19} \\ 0 & 0 & -\frac{102}{19} & \frac{102}{19} & \frac{138}{19} \\ 0 & 0 & \frac{119}{19} & -\frac{119}{19} & -\frac{161}{19} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(2, 3; -\frac{27}{19})$ ; 3列目に2列目を  $-\frac{27}{19}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{19} & -\frac{41}{19} \\ 0 & 0 & -\frac{102}{19} & \frac{102}{19} & \frac{138}{19} \\ 0 & 0 & \frac{119}{19} & -\frac{119}{19} & -\frac{161}{19} \end{pmatrix}$$

右  $R(2, 4; \frac{27}{19})$ ; 4列目に2列目を  $\frac{27}{19}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{41}{19} \\ 0 & 0 & -\frac{102}{19} & \frac{102}{19} & \frac{138}{19} \\ 0 & 0 & \frac{119}{19} & -\frac{119}{19} & -\frac{161}{19} \end{pmatrix}$$

右  $R(2, 5; \frac{41}{19})$ ; 5列目に2列目を  $\frac{41}{19}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{102}{19} & \frac{102}{19} & \frac{138}{19} \\ 0 & 0 & \frac{119}{19} & -\frac{119}{19} & -\frac{161}{19} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(3; -\frac{19}{102})$ ; 3行目を  $-\frac{19}{102}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{23}{17} \\ 0 & 0 & \frac{119}{19} & -\frac{119}{19} & -\frac{161}{19} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左  $R(4, 3; -\frac{119}{19})$ ; 4行目に3行目を  $-\frac{119}{19}$  倍し  
て、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{23}{17} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(3, 4; 1)$ ; 4列目に3列目を1倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{23}{17} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;\frac{23}{17})$ ; 5列目に3列目を  $\frac{23}{17}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.3

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 & -6 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;\frac{1}{3})$ ; 1行目を  $\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(2,1;1)$ ; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-3)$ ; 3行目に1行目を  $-3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(1,2;1)$ ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;1)$ ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;2)$ ; 4列目に1列目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.4

$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & -1 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 0 & -4 & -4 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;-\frac{1}{2})$ ; 1行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -1 \\ 4 & 7 & 0 & -4 & -4 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2行目に1行目を-4倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;1) ; 3行目に1行目を1倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;-2) ; 2列目に1列目を-2倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-\frac{1}{2}) ; 3列目に1列目を-\frac{1}{2}倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;\frac{3}{2}) ; 4列目に1列目を\frac{3}{2}倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5列目に1列目を1倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-1) ; 2行目を-1倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3行目に2行目を-1倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(2,3;-2) ; 3列目に2列目を-2倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;2) ; 4 列目に 2 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;-2) ; 3 行目を -2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

右 R(3,4;1) ; 4 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.5

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 & 4 & -5 \\ -4 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 7 & -7 & 5 & 7 & -7 \\ -3 & 3 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{3}$ ) ; 1 行目を  $\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \\ -4 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 7 & -7 & 5 & 7 & -7 \\ -3 & 3 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左 R(2,1;4) ; 2 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} \\ 7 & -7 & 5 & 7 & -7 \\ -3 & 3 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;-7) ; 3 行目に 1 行目を -7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ -3 & 3 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;3) ; 4 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2; $\frac{2}{3}$ ) ; 2 列目に 1 列目を  $\frac{2}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$



右  $R(1,3;-\frac{2}{3})$  ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{2}{3}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;-\frac{4}{3})$  ; 4 列目に 1 列目を  $-\frac{4}{3}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,5;\frac{5}{3})$  ; 5 列目に 1 列目を  $\frac{5}{3}$  倍して、加  
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{8}{3} \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;\frac{3}{4})$  ; 2 行目を  $\frac{3}{4}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 1 & -2 \\ 0 & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(3,2;\frac{7}{3})$  ; 3 行目に 2 行目を  $\frac{7}{3}$  倍して、加  
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;-1)$  ; 4 行目に 2 行目を  $-1$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{1}{4})$  ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{1}{4}$  倍して、加  
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;-1)$  ; 4 列目に 2 列目を  $-1$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,5;2)$  ; 5 列目に 2 列目を 2 倍して、加  
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;-4)$  ; 3 行目を  $-4$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(4,3;-\frac{1}{4})$  ; 4 行目に 3 行目を  $-\frac{1}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.6

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1;-1)$  ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(2,1;1)$  ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;2)$  ; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-1)$  ; 4 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(1,4;1)$  ; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(3,2;-2)$  ; 3 行目に 2 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;1) ; 4行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(2,4;-1) ; 4列目に2列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.7

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -3 \\ -3 & 4 & 5 & -4 & 7 \\ -8 & 1 & 4 & -2 & 7 \\ 5 & -4 & -6 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(2,1;3) ; 2行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 7 & 8 & -4 & -2 \\ -8 & 1 & 4 & -2 & 7 \\ 5 & -4 & -6 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;8) ; 3行目に1行目を8倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 7 & 8 & -4 & -2 \\ 0 & 9 & 12 & -2 & -17 \\ 5 & -4 & -6 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-5) ; 4行目に1行目を-5倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 7 & 8 & -4 & -2 \\ 0 & 9 & 12 & -2 & -17 \\ 0 & -9 & -11 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;-1) ; 2列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 7 & 8 & -4 & -2 \\ 0 & 9 & 12 & -2 & -17 \\ 0 & -9 & -11 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-1) ; 3列目に1列目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 7 & 8 & -4 & -2 \\ 0 & 9 & 12 & -2 & -17 \\ 0 & -9 & -11 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;3) ; 5 列目に 1 列目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & -4 & -2 \\ 0 & 9 & 12 & -2 & -17 \\ 0 & -9 & -11 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{7}$ ) ; 2 行目を  $\frac{1}{7}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{8}{7} & -\frac{4}{7} & -\frac{2}{7} \\ 0 & 9 & 12 & -2 & -17 \\ 0 & -9 & -11 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(3,2;-9) ; 3 行目に 2 行目を  $-9$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{8}{7} & -\frac{4}{7} & -\frac{2}{7} \\ 0 & 0 & \frac{12}{7} & \frac{22}{7} & -\frac{101}{7} \\ 0 & -9 & -11 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;9) ; 4 行目に 2 行目を 9 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{8}{7} & -\frac{4}{7} & -\frac{2}{7} \\ 0 & 0 & \frac{12}{7} & \frac{22}{7} & -\frac{101}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{8}{7} & \frac{38}{7} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(2,3; $-\frac{8}{7}$ ) ; 3 列目に 2 列目を  $-\frac{8}{7}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{4}{7} & -\frac{2}{7} \\ 0 & 0 & \frac{12}{7} & \frac{22}{7} & -\frac{101}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{8}{7} & \frac{38}{7} \end{pmatrix}$$

右 R(2,4; $\frac{4}{7}$ ) ; 4 列目に 2 列目を  $\frac{4}{7}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{7} \\ 0 & 0 & \frac{12}{7} & \frac{22}{7} & -\frac{101}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{8}{7} & \frac{38}{7} \end{pmatrix}$$

右 R(2,5; $\frac{2}{7}$ ) ; 5 列目に 2 列目を  $\frac{2}{7}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12}{7} & \frac{22}{7} & -\frac{101}{7} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{8}{7} & \frac{38}{7} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3; $\frac{7}{12}$ ) ; 3 行目を  $\frac{7}{12}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{6} & -\frac{101}{12} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{7} & -\frac{8}{7} & \frac{38}{7} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(4,3;\frac{5}{7})$  ; 4 行目に 3 行目を  $\frac{5}{7}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{6} & -\frac{101}{12} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & -\frac{7}{12} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(3,4;-\frac{11}{6})$  ; 4 列目に 3 列目を  $-\frac{11}{6}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{101}{12} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & -\frac{7}{12} \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;\frac{101}{12})$  ; 5 列目に 3 列目を  $\frac{101}{12}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & -\frac{7}{12} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(4,6)$  ; 4 行目を 6 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
行を掃き出します。

右  $R(4,5;\frac{7}{2})$  ; 5 列目に 4 列目を  $\frac{7}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4

A.8

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & -4 \\ -2 & -6 & 6 & -1 \\ 2 & 7 & -7 & 1 \\ -1 & -4 & 4 & -1 \\ -1 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1,-1)$  ; 1 行目を  $-1$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -2 & -6 & 6 & -1 \\ 2 & 7 & -7 & 1 \\ -1 & -4 & 4 & -1 \\ -1 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(2,1;2)$  ; 2 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \\ 2 & 7 & -7 & 1 \\ -1 & -4 & 4 & -1 \\ -1 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;-2)$  ; 3 行目に 1 行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ -1 & -4 & 4 & -1 \\ -1 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;1) ; 4行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;1) ; 5行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;-2) ; 2列目に1列目を-2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;3) ; 3列目に1列目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-4) ; 4列目に1列目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-\frac{1}{2}) ; 2行目を-\frac{1}{2}倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 3 & -1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(3,2;-3) ; 3行目に2行目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{7}{2} \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;2) ; 4行目に2行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;1) ; 5行目に2行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(2,4; $\frac{7}{2}$ ) ; 4列目に2列目を $\frac{7}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;-1) ; 3行目を-1倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(4,3;-1) ; 4行目に3行目を-1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(3,4; $\frac{7}{2}$ ) ; 4列目に3列目を $\frac{7}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(4;-2) ; 4行目を-2倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(5,4;- $\frac{3}{2}$ ) ; 5行目に4行目を- $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4

A.9

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 6 \\ 3 & 3 & -6 \\ -6 & 2 & 6 \\ -2 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(1; -\frac{1}{3})$ ; 1 行目を  $-\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & -6 \\ -6 & 2 & 6 \\ -2 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左  $R(2,1;-3)$ ; 2 行目に 1 行目を  $-3$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -6 & 2 & 6 \\ -2 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;6)$ ; 3 行目に 1 行目を 6 倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -6 \\ -2 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;2)$ ; 4 行目に 1 行目を 2 倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -6 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(1,2;-1)$ ; 2 列目に 1 列目を  $-1$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -6 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,3;2)$ ; 3 列目に 1 列目を 2 倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -6 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素  $(2, 2)$  が 0 なので、0 でない要素  
を探したところ、 $(3, 2)$  に 0 でない要素を  
みつけたので、それを対角要素と交換し  
ます。

左  $P(2,3)$ ; 2 行目と 3 行目を交換



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2; \frac{1}{8})$ ; 2 行目を  $\frac{1}{8}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(4,2;4)$ ; 4 行目に 2 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{3}{4})$ ; 3 列目に 2 列目を  $\frac{3}{4}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.10

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ -1 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(2,1;1)$ ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(1,3;4)$ ; 3 列目に 1 列目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

右  $R(1,4;2)$ ; 4 列目に 1 列目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(2;\frac{1}{3})$ ; 2 行目を  $\frac{1}{3}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{3} & -1 \\ 0 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(3,2;2)$  ; 3行目に2行目を2倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{3} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(2,3;\frac{7}{3})$  ; 3列目に2列目を $\frac{7}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;1)$  ; 4列目に2列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(3,3)$  ; 3行目を3倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.11

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 & -2 \\ -4 & 6 & -2 & 9 \\ -3 & -5 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(1;\frac{1}{2})$  ; 1行目を $\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & \frac{1}{2} & -1 \\ -4 & 6 & -2 & 9 \\ -3 & -5 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(2,1;4)$  ; 2行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 5 \\ -3 & -5 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(3,1;3)$  ; 3行目に1行目を3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & -11 & \frac{9}{2} & -4 \\ 4 & 6 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,1;-4)$  ; 4行目に1行目を $-4$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & -11 & \frac{9}{2} & -4 \\ 0 & 14 & -6 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;-1) ; 5 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & -11 & \frac{9}{2} & -4 \\ 0 & 14 & -6 & 6 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;2) ; 2 列目に 1 列目を 2 倍して、加  
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & -11 & \frac{9}{2} & -4 \\ 0 & 14 & -6 & 6 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-\frac{1}{2}) ; 3 列目に 1 列目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & -11 & \frac{9}{2} & -4 \\ 0 & 14 & -6 & 6 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4 列目に 1 列目を 1 倍して、加  
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & -11 & \frac{9}{2} & -4 \\ 0 & 14 & -6 & 6 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-\frac{1}{2}) ; 2 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & -11 & \frac{9}{2} & -4 \\ 0 & 14 & -6 & 6 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(3,2;11) ; 3 行目に 2 行目を 11 倍して、加  
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{63}{2} \\ 0 & 14 & -6 & 6 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;-14) ; 4 行目に 2 行目を  $-14$  倍し  
て、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{63}{2} \\ 0 & 0 & -6 & 41 \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}$$

左 R(5,2;-2) ; 5 行目に 2 行目を  $-2$  倍して、  
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{63}{2} \\ 0 & 0 & -6 & 41 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(2,4;\frac{5}{2})$ ; 4 列目に 2 列目を  $\frac{5}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9}{2} & -\frac{63}{2} \\ 0 & 0 & -6 & 41 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(3;\frac{2}{9})$ ; 3 行目を  $\frac{2}{9}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & -6 & 41 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(4,3;6)$ ; 4 行目に 3 行目を 6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,3;\frac{1}{2})$ ; 5 行目に 3 行目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(3,4;7)$ ; 4 列目に 3 列目を 7 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左  $Q(4;-1)$ ; 4 行目を  $-1$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(5,4;-\frac{1}{2})$ ; 5 行目に 4 行目を  $-\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 4

A.12

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -6 & 1 & -8 & 9 & -4 \\ -1 & 3 & 5 & -4 & 2 \\ 4 & -1 & 6 & -6 & 4 \\ -4 & 3 & -6 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(2,1;6) ; 2行目に1行目を6倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & -8 & 9 & -10 \\ -1 & 3 & 5 & -4 & 2 \\ 4 & -1 & 6 & -6 & 4 \\ -4 & 3 & -6 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;1) ; 3行目に1行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & -8 & 9 & -10 \\ 0 & 2 & 5 & -4 & 1 \\ 4 & -1 & 6 & -6 & 4 \\ -4 & 3 & -6 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-4) ; 4行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & -8 & 9 & -10 \\ 0 & 2 & 5 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -6 & 8 \\ -4 & 3 & -6 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;4) ; 5行目に1行目を4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & -8 & 9 & -10 \\ 0 & 2 & 5 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -6 & 8 \\ 0 & -1 & -6 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & -8 & 9 & -10 \\ 0 & 2 & 5 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -6 & 8 \\ 0 & -1 & -6 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -8 & 9 & -10 \\ 0 & 2 & 5 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -6 & 8 \\ 0 & -1 & -6 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;-\frac{1}{5}) ; 2行目を-\frac{1}{5}倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{8}{5} & -\frac{9}{5} & 2 \\ 0 & 2 & 5 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -6 & 8 \\ 0 & -1 & -6 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(3,2;-2)$  ; 3行目に2行目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{8}{5} & -\frac{9}{5} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -3 \\ 0 & 3 & 6 & -6 & 8 \\ 0 & -1 & -6 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

左  $R(4,2;-3)$  ; 4行目に2行目を  $-3$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{8}{5} & -\frac{9}{5} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -3 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{3}{5} & 2 \\ 0 & -1 & -6 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,2;1)$  ; 5行目に2行目を  $1$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{8}{5} & -\frac{9}{5} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -3 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{3}{5} & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{5} & \frac{11}{5} & -7 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(2,3;-\frac{8}{5})$  ; 3列目に2列目を  $-\frac{8}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{9}{5} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -3 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{3}{5} & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{5} & \frac{11}{5} & -7 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,4;\frac{9}{5})$  ; 4列目に2列目を  $\frac{9}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -3 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{3}{5} & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{5} & \frac{11}{5} & -7 \end{pmatrix}$$

右  $R(2,5;-2)$  ; 5列目に2列目を  $-2$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -3 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{3}{5} & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{5} & \frac{11}{5} & -7 \end{pmatrix}$$

対角要素が  $1$  でないので  $1$  に正規化します。

左  $Q(3,\frac{5}{9})$  ; 3行目を  $\frac{5}{9}$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{3}{5} & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{5} & \frac{11}{5} & -7 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左  $R(4,3;-\frac{6}{5})$  ; 4行目に3行目を  $-\frac{6}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 4 \\ 0 & 0 & -\frac{22}{5} & \frac{11}{5} & -7 \end{pmatrix}$$

左  $R(5,3;\frac{22}{5})$ ; 5行目に3行目を  $\frac{22}{5}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{9} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{9} & -\frac{43}{3} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(3,4;\frac{2}{9})$ ; 4列目に3列目を  $\frac{2}{9}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{9} & -\frac{43}{3} \end{pmatrix}$$

右  $R(3,5;\frac{5}{3})$ ; 5列目に3列目を  $\frac{5}{3}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 4 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{9} & -\frac{43}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(4,-3)$ ; 4行目を  $-3$  倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{9} & -\frac{43}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。  
列を掃き出します。

左  $R(5,4;-\frac{11}{9})$ ; 5行目に4行目を  $-\frac{11}{9}$  倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右  $R(4,5;12)$ ; 5列目に4列目を12倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左  $Q(5,3)$ ; 5行目を3倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5