

代幾 I 計算演習 [問題] (2007/12/06)

問. 次の行列の行列式を求めなさい

Q.1

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

Q.7

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Q.2

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Q.8

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Q.3

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

Q.9

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Q.4

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Q.10

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Q.5

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Q.11

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

Q.6

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

Q.12

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

代幾 I 計算演習 [解答] (2007/12/06)

A.1

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

左 R(2,1;-1) ; 2行目に1行目を-1倍して、加える

$$= 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & \frac{5}{2} & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

左 R(4,1;-\frac{1}{2}) ; 4行目に1行目を-\frac{1}{2}倍して、加える

$$= 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ \frac{5}{2} & 0 & -2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ \frac{5}{2} & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

左 R(3,2;1) ; 3行目に2行目を1倍して、加える

$$= 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{4} & -\frac{9}{2} \end{vmatrix}$$

左 R(4,2;-\frac{5}{4}) ; 4行目に2行目を-\frac{5}{4}倍して、加える

$$= 4 \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -\frac{5}{4} & -\frac{9}{2} \end{vmatrix} = 4 \times (3 \times (-\frac{9}{2}) - 0 \times (-\frac{5}{4})) = -54$$

A.2

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 & 0 \end{array} \right| = 1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 & 0 \end{array} \right| & \text{左 } R(2,1;2) ; 2 \text{ 行目に} \\ & & & \text{1 行目を 2 倍して、加} \\ & & & \text{える} \\ & = 1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -1 & 0 \end{array} \right| & \text{左 } R(3,1;-1) ; 3 \text{ 行目} \\ & & & \text{に 1 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\ & & & \text{加える} \\ & = 1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{array} \right| & \text{左 } R(4,1;2) ; 4 \text{ 行目に} \\ & & & \text{1 行目を 2 倍して、加} \\ & & & \text{える} \\ & = 1 \left| \begin{array}{ccc} 2 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \end{array} \right| & \\ & = 1 \left| \begin{array}{ccc} 2 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{array} \right| & \text{左 } R(3,2;-\frac{1}{2}) ; 3 \text{ 行目} \\ & & & \text{に 2 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\ & & & \text{加える} \\ & = 1 \left| \begin{array}{ccc} 2 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{array} \right| & \text{左 } R(4,2;-1) ; 4 \text{ 行目} \\ & & & \text{に 2 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\ & & & \text{加える} \\ & = 2 \left| \begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{array} \right| & \\ & = 2 \times (2 \times (-2) - 1 \times 1) & \\ & = -10 & \end{aligned}$$

A.3

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

左 $R(3,1;1)$; 3 行目に
1 行目を 1 倍して、加
える

$$= 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

左 $R(3,2;-1)$; 3 行目
に 2 行目を -1 倍して、
加える

$$= 1 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} \\ = 1 \times (2 \times 1 - 2 \times (-2)) \\ = 6$$

A.4

$$\begin{aligned}
& \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{array} \right| = 1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{array} \right| & \text{左 } R(2,1;1) ; 2 \text{ 行目に} \\
& & & \text{1 行目を 1 倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
& = 1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{array} \right| & \text{左 } R(3,1;-1) ; 3 \text{ 行目} \\
& & & \text{に 1 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\
& & & \text{加える} \\
& = 1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & -1 \end{array} \right| & \text{左 } R(4,1;1) ; 4 \text{ 行目に} \\
& & & \text{1 行目を 1 倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
& = 1 \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{array} \right| \\
& = 1 \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{array} \right| & \text{左 } R(3,2;-2) ; 3 \text{ 行目} \\
& & & \text{に 2 行目を } -2 \text{ 倍して、} \\
& & & \text{加える} \\
& = 1 \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & -4 & 1 \end{array} \right| & \text{左 } R(4,2;-2) ; 4 \text{ 行目} \\
& & & \text{に 2 行目を } -2 \text{ 倍して、} \\
& & & \text{加える} \\
& = 1 \left| \begin{array}{cc} -3 & 3 \\ -4 & 1 \end{array} \right| \\
& = 1 \times ((-3) \times 1 - 3 \times (-4)) \\
& = 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} &= 1 \begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -3 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;-\frac{1}{2}) ; 2 \text{ 行目} \\
&&& \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
&&& \text{加える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} -2 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -3 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,1;\frac{1}{2}) ; 3 \text{ 行目に} \\
&&& \text{1 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\
&&& \text{える} \\
&= -2 \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -1 & -3 \\ -\frac{3}{2} & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \\
&= -2 \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -1 & -3 \\ 0 & -4 & -10 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;3) ; 3 \text{ 行目に} \\
&&& \text{2 行目を 3 倍して、加} \\
&&& \text{える} \\
&= -2 \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -1 & -3 \\ 0 & -4 & -10 \\ 0 & 2 & 6 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;-2) ; 4 \text{ 行目} \\
&&& \text{に 2 行目を } -2 \text{ 倍して、} \\
&&& \text{加える} \\
&= -1 \begin{vmatrix} -4 & -10 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} && \\
&= -1 \times ((-4) \times 6 - (-10) \times 2) && \\
&= 4 &&
\end{aligned}$$

A.6

$$\begin{aligned}
& \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;-\frac{1}{2}) ; 2 \text{ 行目} \\
& && \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;\frac{1}{2}) ; 4 \text{ 行目に} \\
& && \text{1 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\
& && \text{える} \\
& = 2 \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ 2 & -2 & 1 \\ \frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} && \\
& = 2 \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ 0 & 6 & 7 \\ \frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;4) ; 3 \text{ 行目に} \\
& && \text{2 行目を 4 倍して、加} \\
& && \text{える} \\
& = 2 \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ 0 & 6 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;1) ; 4 \text{ 行目に} \\
& && \text{2 行目を 1 倍して、加} \\
& && \text{える} \\
& = -1 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\
& = -1 \times (6 \times 0 - 7 \times 1) \\
& = 7
\end{aligned}$$

A.7

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\ & = -1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\ & = -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ & = -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\ & = -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} \\ & = 1 \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \\ & = 1 \times ((-3) \times (-1) - (-4) \times 3) \\ & = 15 \end{aligned}$$

左 P(2,1) ; 2行目と1行目を交換

左 R(3,1;1) ; 3行目に
1行目を1倍して、加
える

左 R(3,2;-1) ; 3行目
に2行目を-1倍して、
加える

左 R(4,2;-2) ; 4行目
に2行目を-2倍して、
加える

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} &= 1 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;\frac{1}{2}) ; 2 \text{ 行目に} \\
& & & \text{1 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 3 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;\frac{1}{2}) ; 4 \text{ 行目に} \\
& & & \text{1 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
&= -2 \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -\frac{5}{2} & 3 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 2 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;4) ; 3 \text{ 行目に} \\
& & & \text{2 行目を 4 倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
&= -2 \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 & -1 \\ 0 & 9 & -3 \\ 0 & -7 & 4 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;-5) ; 4 \text{ 行目} \\
& & & \text{に 2 行目を } -5 \text{ 倍して、} \\
& & & \text{加える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} 9 & -3 \\ -7 & 4 \end{vmatrix} \\
&= 1 \times (9 \times 4 - (-3) \times (-7)) \\
&= 15
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & -5 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;-2) ; 2 \text{ 行目} \\
& && \text{に 1 行目を } -2 \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = 1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & -5 \\ 0 & 2 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,1;-1) ; 3 \text{ 行目} \\
& && \text{に 1 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = 1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & -5 \\ 0 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;1) ; 4 \text{ 行目に} \\
& && \text{1 行目を 1 倍して、加} \\
& && \text{える} \\
& = -1 \begin{vmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 2 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \\
& = -1 \begin{vmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;-1) ; 3 \text{ 行目} \\
& && \text{に 2 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = -1 \begin{vmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & \frac{11}{2} \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;-\frac{1}{2}) ; 4 \text{ 行目} \\
& && \text{に 2 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = -2 \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -2 & \frac{11}{2} \end{vmatrix} \\
& = -2 \times ((-2) \times \frac{11}{2} - 2 \times (-2)) \\
& = 14
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} &= -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 P(2,1) ; 2行目と1行目を交換} \\
&= -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 R(3,1;-2) ; 3行目に1行目を-2倍して、加える} \\
&= -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(4,1;1) ; 4行目に1行目を1倍して、加える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} && \\
&= 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(3,2;-2) ; 3行目に2行目を-2倍して、加える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} && \text{左 R(4,2;\frac{1}{2}) ; 4行目に2行目を\frac{1}{2}倍して、加える} \\
&= 2 \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} && \\
&= 2 \times (0 \times (-1) - 4 \times (-\frac{1}{2})) && \\
&= 4 &&
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} && \begin{array}{l} \text{左 } R(2,1;-\frac{1}{2}) ; 2 \text{ 行目} \\ \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\ \text{加える} \end{array} \\
& = 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ -1 & -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} && \begin{array}{l} \text{左 } R(3,1;-\frac{1}{2}) ; 3 \text{ 行目} \\ \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\ \text{加える} \end{array} \\
& = 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{vmatrix} && \begin{array}{l} \text{左 } R(4,1;-\frac{1}{2}) ; 4 \text{ 行目} \\ \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\ \text{加える} \end{array} \\
& = -2 \begin{vmatrix} 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ -1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{vmatrix} \\
& = 2 \begin{vmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{vmatrix} && \text{左 } P(3,2) ; 3 \text{ 行目と } 2 \text{ 行目を交換} \\
& = 2 \begin{vmatrix} 2 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{vmatrix} && \begin{array}{l} \text{左 } R(4,2;\frac{1}{2}) ; 4 \text{ 行目に} \\ \text{2 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\ \text{える} \end{array} \\
& = 4 \begin{vmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{vmatrix} \\
& = 4 \times \left(\frac{5}{2} \times \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{9}{4} \right) \\
& = 7
\end{aligned}$$

A.12

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

左 $R(2,1;-1)$; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$= 1 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -3 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

左 $R(3,1;-\frac{1}{2})$; 3 行目に 1 行目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$= 1 \begin{vmatrix} -2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -3 & -1 \\ 0 & -\frac{3}{2} & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

左 $R(4,1;-\frac{1}{2})$; 4 行目に 1 行目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$= -2 \begin{vmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -3 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -2 \begin{vmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{5}{6} \\ -\frac{3}{2} & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

左 $R(3,2;\frac{1}{6})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{6}$ 倍して、加える

$$= -2 \begin{vmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{5}{6} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{vmatrix}$$

左 $R(4,2;\frac{1}{2})$; 4 行目に 2 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$= -6 \begin{vmatrix} -\frac{7}{2} & -\frac{5}{6} \\ -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{vmatrix}$$

$$= -6 \times \left(\left(-\frac{7}{2} \right) \times \frac{5}{2} - \left(-\frac{5}{6} \right) \times \left(-\frac{3}{2} \right) \right)$$

$$= 60$$