

代幾 I 演習 (2007/04/12) 高校の復習試験 [問題用紙]

この試験の結果は、成績とは無関係です。代数学幾何学及び演習 I を学ぶに必要な内容を、高校までのカリキュラムでどこまでできているかを確認するための問題です。

最初に、問題全体を眺めて、解き易い問題から回答しましょう。

計算は、各自ノート等で行い、答だけを答案用紙に記入してください。

問題 1 連立一次方程式：次の連立一次方程式を解きなさい。

1.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3y - 3x = 2 \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

4.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 7 \\ x - y - 2z = -3 \\ -x + 4y + 3z = 3 \end{cases}$$

5.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 9 \\ x - y + 2z = -3 \\ 4x + y + 3z = 8 \end{cases}$$

6.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 6 \\ x - y + 2z = -3 \\ 4x + y + 3z = 8 \end{cases}$$

問題 2 平面ベクトルの基礎: 二つのベクトル $\vec{v} = (1, -1)$, $\vec{u} = (2, 3)$ について、次の問に答えなさい。

1. ベクトル \vec{v} の x 成分を答えなさい。
2. ベクトル \vec{v} の y 成分を答えなさい。
3. ベクトル \vec{v} を 3 倍したベクトル $3\vec{v}$ を求めなさい。
4. ベクトル \vec{v} の長さ $|\vec{v}|$ を求めなさい。
5. 二つのベクトル \vec{v} , \vec{u} の和 $\vec{v} + \vec{u}$ を答えなさい。
6. 二つのベクトル \vec{v} , \vec{u} の差 $\vec{v} - \vec{u}$ を答えなさい。
7. 二つのベクトル \vec{v} , \vec{u} の内積 (\vec{v}, \vec{u}) を答えなさい。
8. ベクトル \vec{v} と直交し、長さが 1 のベクトル (2 つある) を求めなさい。
9. ベクトル \vec{v} を原点を中心に反時計回りに 90 度回転したベクトルを求めなさい。
10. ベクトル $\vec{w} = (5, 5)$ を二つのベクトル \vec{v} , \vec{u} の一次結合で表しなさい。
11. ベクトル \vec{v} を位置ベクトルとするような、点 A の座標を求めなさい。
12. ベクトル \vec{u} を位置ベクトルとするような、点 B の座標を求めなさい。
13. 自由ベクトル \overrightarrow{AB} を求めなさい。
14. 二点 A, B の中点 M の座標を求めなさい。
15. 原点 O と、上記の点 A, B, C の 4 点が並行四辺形になるには、点 C の座標をどのようにとればよいか (注意、このような点は 3 点ある) ?

問題 3 複素数の基礎: 二つの複素数 $\alpha = 1 - i$, $\beta = 2 + 3i$ について、次の問に答えなさい。(ただし、 i は、虚数単位 $\sqrt{-1}$ を表すものとする。)

1. 複素数 α の実数部 $\operatorname{Re} \alpha$ を求めなさい。
2. 複素数 α の虚数部 $\operatorname{Im} \alpha$ を求めなさい。
3. 複素数 α を 3 倍した 3α を求めなさい。
4. 複素数 α を i 倍した $i\alpha$ を求めなさい。
5. 二つの複素数の和 $\alpha + \beta$ を求めなさい。

6. 二つの複素数の差 $\alpha - \beta$ を求めなさい。
7. 二つの複素数の積 $\alpha\beta = \alpha \times \beta$ を求めなさい。
8. 二つの複素数の商 $\frac{\alpha}{\beta} = \alpha/\beta$ を求めなさい。
9. 複素数 α の共役複素数 $\bar{\alpha}$ を求めなさい。
10. 複素数 α と共役複素数 $\bar{\alpha}$ の和 $\alpha + \bar{\alpha}$ を求めなさい。
11. 複素数 α と共役複素数 $\bar{\alpha}$ の積 $\alpha\bar{\alpha}$ を求めなさい。
12. 複素数 α の絶対値 $|\alpha|$ を求めなさい。
13. 複素数 α を複素数平面上の点 P とみなした場合の点 P の座標を求めなさい。
14. 上記の点 P と原点 O との距離を求めなさい。
15. 指数関数 $\exp(i\pi) = e^{i\pi}$ を計算しなさい。ただし、 e は自然対数の底、 π は円周率をそれぞれ表すものとする。

問題 4

1. 切片が 1 傾きが 1 の直線 l の方程式を答えなさい。
2. 切片が $\frac{7}{2}$ 傾きが $-\frac{3}{2}$ の直線 m の方程式を答えなさい。
3. 上記の二つの直線 l, m の交点 P の座標を求めなさい。
4. 上記の点 P を通り、直線 l と直交する直線 n の方程式を求めなさい。
5. 二点 $(1, 2), (2, 3)$ を通る直線の方程式 l' を求めなさい。
6. 二点 $(1, 1), (3, -2)$ を通る直線の方程式 m' を求めなさい。
7. 二直線 l と l' の交点 (共通部分) はどうなるか？
8. 二直線 m と m' の交点 (共通部分) はどうなるか？
9. 中心が $(1, -1)$ 、半径が 3 の円 o の円の方程式を求めなさい。
10. 円 o と直線 l の交点の座標を求めなさい。
11. 点 $(1, 2)$ を通り、ベクトル $(1, 1)$ に平行な直線 l'' の直線の方程式
12. 点 $(1, 2)$ を通り、ベクトル $(1, 1)$ に垂直な直線 n' の直線の方程式

13. 点 $(1, 2, 3)$ を中心とし、半径 2 の球の表面の方程式
14. 点 $(1, 2, 3)$ を通り、ベクトル $(2, -1, 1)$ に平行な空間内の直線の方程式
15. 点 $(1, 2, 3)$ を通り、法線ベクトルが $(2, -1, 1)$ である空間内の平面の方程式