

代幾 I 演習 (2007/10/18)

問題 154 以下の表は、各々の野菜に 1 kg 中に含まれる、様々な栄養素の含有量である。

食品名	エネルギー	たんぱく質	炭水化物	ビタミン C	鉄
アスパラガス・若茎	220	26	39	150	7
えだまめ	1350	117	88	270	27
グリーンピース	930	153	69	190	17
かぶ・葉	200	23	39	820	21
かぼちゃ	490	16	109	160	5

また、次の表は、食堂でのある一日の三食で消費された食材の量 (kg 単位) である。

食事	アスパラガス・若茎	えだまめ	グリーンピース	かぶ・葉	かぼちゃ
朝	2	0	1	0	0
昼	0	0	0	0	3
夜	0	2	0	0	0

これについて、以下の問いに答えなさい。

1. $A = (a_{\alpha\beta})$ に対して、 $a_{\alpha\beta} = (\text{食品 } \alpha \text{ が含む栄養素 } \beta \text{ の含有量})$ と定めた時、 A を求めなさい。
2. えだまめを 2kg, かぶを 3kg, かぼちゃを 1kg 食べた時のそれぞれの栄養の含有量を求めなさい。
3. 食堂での朝、昼、晩に消費された食材に含まれるたんぱく質と、ビタミン C の含有量を求めなさい。

問題 155 演習書の次の問題を解きなさい。

1. p.6 の類題 1 の 1. の (1)
2. p.6 の類題 1 の 1. の (2)
3. p.6 の類題 1 の 2.
4. p.6 の類題 1 の 3. の (1)
5. p.6 の類題 1 の 3. の (2)
6. p.6 の類題 1 の 3. の (3)

問題 156 演習書の次の問題を解きなさい。

1. p.7 の類題 2 の 1. の X
2. p.7 の類題 2 の 1. の Y
3. p.7 の類題 2 の 2. の X
4. p.7 の類題 2 の 2. の Y
5. p.8 の類題 3 の A
6. p.8 の類題 3 の B
7. p.8 の類題 3 の C

問題 157 A, B, X を n 次行列、 E を n 次の単位行列とすると、次の間に答えなさい。

1. A が正則ならば、 $AX = B$ を満す行列 X は一意に決ることを示しなさい。
2. $E - A$ が正則ならば、 $\sum_{i=0}^k A^i = (E - A^{k+1})(E - A)^{-1}$ であることを示しなさい。

問題 158

1. 正方行列 A の左右から正則行列 P, Q をかけたところ $PAQ = E$ となったとする (ただし、 E は単位行列である。)。 A は正則行列であることを示し、 A^{-1} を P, Q を用いて表わせ。
2. 正方行列 A に行および列に関する基本変形を何回か施したところ単位行列になったとする。このとき、 A は正則行列であることを示せ。

問題 159 n 次行列 $J_n = (\delta_{i,n-j+1}) (1 \leq i, j \leq n)$ (ただし、 $\delta_{i,j}$ はクロネッカーのデルタで、 $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & (i = j \text{ の時}) \\ 0 & (\text{その他の時}) \end{cases}$ と定義されている) について、次の間に答えなさい。

1. n 次の正方行列 $A = (a_{ij})$ に対して AJ_n を求めなさい。
2. n 次の正方行列 $A = (a_{ij})$ に対して $J_n A$ を求めなさい。
3. J_n は、正則行列であることを示し、その逆行列 J_n^{-1} を求めなさい。

問題 160 A を (m, n) 型の複素行列とする。この時、 C^n から C^m への写像 $T_A : C^n \rightarrow C^m$ を、 $T_A(x) = Ax (\forall x \in C^n)$ で定義するとき、この写像 T_A は、 C^n から C^m への線型写像になっていることを示せ。