

代幾 I 計算演習 [解答] (2008/07/10)

A.1

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{3})$; 1 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(2,1;-1)$; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 3 & -2 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-3)$; 3 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{2}{3})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;-1)$; 3 列目に 1 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;\frac{1}{3})$; 4 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;-\frac{2}{3})$; 5 列目に 1 列目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;-3)$; 2 行目を -3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(4,2;-1)$; 4 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;-1)$; 5 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(2,4;1)$; 4 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;1)$; 5 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(4,3;1)$; 4 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(3,4;-1)$; 4 列目に 3 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;1)$; 5 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(4, \frac{1}{3})$; 4 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(5,4;1)$; 5 行目に 4 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(4,5; \frac{2}{3})$; 5 列目に 4 列目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(5,3)$; 5 行目を 3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

A.2

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-1)$; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(1,2;1)$; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-1) ; 4 列目に 1 列目を -1 倍して、
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;2) ; 5 列目に 1 列目を 2 倍して、加
える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 1

A.3

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $\frac{1}{3}$) ; 1 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(2,1;-2) ; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ -3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;3) ; 3 行目に 1 行目を 3 倍して、加
える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-1) ; 4 行目に 1 行目を -1 倍して、
加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ -3 & 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

左 R(5,1;3) ; 5 行目に 1 行目を 3 倍して、加
える

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(1,2;\frac{1}{3})$; 2 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{1}{3})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;\frac{1}{3})$; 5 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;\frac{3}{2})$; 2 行目を $\frac{3}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(4,2;\frac{2}{3})$; 4 行目に 2 行目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,2;1)$; 5 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(2,3;\frac{1}{2})$; 3 列目に 2 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,5;-1)$; 5 列目に 2 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(5, 3) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(3,5) ; 3 行目と 5 行目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3 行目を 2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

右 R(3,5;4) ; 5 列目に 3 列目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.4

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。
列を掃き出します。

左 R(2,1;-1) ; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;3) ; 3 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.5

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & 1 & 3 \\ -4 & 8 & 4 & -2 & -4 \\ -1 & 2 & 8 & -4 & -9 \\ 3 & -6 & -4 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 $(1, 1)$ が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(1, 3)$ に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 $P(1,3)$; 1 列目と 3 列目を交換

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 8 & -4 & -2 & -4 \\ 8 & 2 & -1 & -4 & -9 \\ -4 & -6 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;-\frac{1}{2})$; 1 行目を $-\frac{1}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 4 & 8 & -4 & -2 & -4 \\ 8 & 2 & -1 & -4 & -9 \\ -4 & -6 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。
列を掃き出します。

左 $R(2,1;-4)$; 2 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 8 & -4 & 0 & 2 \\ 8 & 2 & -1 & -4 & -9 \\ -4 & -6 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;-8)$; 3 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 8 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ -4 & -6 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;4)$; 4 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 8 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(1,4;\frac{1}{2})$; 4 列目に 1 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 8 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,5;\frac{3}{2})$; 5 列目に 1 列目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。
 左 $Q(2; \frac{1}{8})$; 2 行目を $\frac{1}{8}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。
 列を掃き出します。

左 $R(3; 2; -2)$; 3 行目に 2 行目を -2 倍して、
 加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & -6 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(4; 2; 6)$; 4 行目に 2 行目を 6 倍して、
 加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(2; 3; \frac{1}{2})$; 3 列目に 2 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、
 加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2; 5; -\frac{1}{4})$; 5 列目に 2 列目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、
 加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素 (3, 3) が 0 なので、0 でない要素
 を探したところ、(3, 5) に 0 でない要素を
 見つめましたので、それを対角要素と交換し
 ます。

右 $P(3, 5)$; 3 列目と 5 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3; \frac{2}{5})$; 3 行目を $\frac{2}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。
 列を掃き出します。

左 $R(4; 3; \frac{1}{2})$; 4 行目に 3 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、
 加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.6

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ -4 & -6 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1, \frac{1}{3})$; 1 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & -2 \\ -4 & -6 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(2, 1; -1)$; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ -4 & -6 & 1 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(3, 1; 4)$; 3 行目に 1 行目を 4 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 3 & -1 \\ -2 & -3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左 $R(4, 1; 2)$; 4 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(1, 2; -\frac{2}{3})$; 2 列目に 1 列目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(1, 3; \frac{1}{3})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(1, 4; -1)$; 4 列目に 1 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2; $\frac{3}{4}$) ; 2 行目を $\frac{3}{4}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & -\frac{10}{3} & -\frac{1}{3} & 3 & -1 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(3,2; $\frac{10}{3}$) ; 3 行目に 2 行目を $\frac{10}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{7}{2} \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2; $\frac{5}{3}$) ; 4 行目に 2 行目を $\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(2,3; $-\frac{1}{4}$) ; 3 列目に 2 列目を $-\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 R(2,5; $\frac{3}{4}$) ; 5 列目に 2 列目を $\frac{3}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 3 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3 行目を 2 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 2 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(4,3;\frac{1}{4})$; 4行目に3行目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{2} & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(3,4;-6)$; 4列目に3列目を -6 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{2} & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

右 $R(3,5;7)$; 5列目に3列目を7倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{2} & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(4;\frac{2}{7})$; 4行目を $\frac{2}{7}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(5,4;1)$; 5行目に4行目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(4,5;\frac{6}{7})$; 5列目に4列目を $\frac{6}{7}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(5;7)$; 5行目を7倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 5

A.7

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(3,1;2) ; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-1) ; 4 列目に 1 列目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-1) ; 2 行目を -1 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(3,2;-2) ; 3 行目に 2 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(2,3;1) ; 3 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

右 R(3,4;1) ; 4 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.8

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素 (1, 1) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(1, 2) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(1,2) ; 1 列目と 2 列目を交換

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(3,1;1) ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,1;-2) ; 4 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,3;1) ; 3 列目に 1 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素 (2, 2) が 0 なので、0 でない要素を探したところ、(2, 3) に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(2,3) ; 2 列目と 3 列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。列を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

左 R(4,2;-1) ; 4 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(2,4;1)$; 4 列目に 2 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(4,3;1)$; 4 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(3,4;3)$; 4 列目に 3 列目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

$$\begin{pmatrix} -3 & -5 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 0 & -1 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;-\frac{1}{3})$; 1 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 5 & 0 & -1 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(3,1;1)$; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

左 $R(4,1;-1)$; 4 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{5}{3})$; 2 列目に 1 列目を $-\frac{5}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{1}{3})$; 3列目に1列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

右 $R(1,4;\frac{1}{3})$; 4列目に1列目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2;\frac{1}{5})$; 2行目を $\frac{1}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(3,2;\frac{4}{3})$; 3行目に2行目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

左 $R(4,2;\frac{8}{3})$; 4行目に2行目を $\frac{8}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(2,4;\frac{1}{5})$; 4列目に2列目を $\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3;-3)$; 3行目を -3 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(4,3;-\frac{1}{3})$; 4行目に3行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(3,4; $\frac{6}{5}$) ; 4列目に3列目を $\frac{6}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(4,5) ; 4行目を5倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

rank = 4

A.10

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 5 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1,-1) ; 1行目を-1倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 & -1 \\ 4 & 4 & 5 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2行目に1行目を-4倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 8 & -7 & 7 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 8 & -7 & 7 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;-3) ; 3列目に1列目を-3倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 8 & -7 & 7 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;1) ; 4列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 8 & -7 & 7 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,5;1) ; 5列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -7 & 7 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{1}{8})$; 2 行目を $\frac{1}{8}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{8} & \frac{7}{8} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(3,2;1)$; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{8} & \frac{7}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(2,3; \frac{7}{8})$; 3 列目に 2 列目を $\frac{7}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(2,4; -\frac{7}{8})$; 4 列目に 2 列目を $-\frac{7}{8}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;8)$; 3 行目を 8 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

右 $R(3,4;1)$; 4 列目に 3 列目を 1 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 3

A.11

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ -3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{5})$; 1 行目を $\frac{1}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \\ -3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(2,1;3)$; 2 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 $R(1,2;-\frac{1}{5})$; 2 列目に 1 列目を $-\frac{1}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 $R(1,3;\frac{3}{5})$; 3 列目に 1 列目を $\frac{3}{5}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;-\frac{5}{2})$; 2 行目を $-\frac{5}{2}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

行を掃き出します。

右 $R(2,3;\frac{1}{2})$; 3 列目に 2 列目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2

A.12

$$\begin{pmatrix} -5 & 5 & 5 & -3 \\ 8 & -8 & -8 & 5 \\ -3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -5 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;-\frac{1}{5})$; 1 行目を $-\frac{1}{5}$ 倍

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \frac{3}{5} \\ 8 & -8 & -8 & 5 \\ -3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -5 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。

列を掃き出します。

左 $R(2,1;-8)$; 2 行目に 1 行目を -8 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ -3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -5 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(3,1;3)$; 3 行目に 1 行目を 3 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -5 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

左 $R(5,1;-5)$; 5 行目に 1 行目を -5 倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行を掃き出します。

右 R(1,2;1) ; 2列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,3;1) ; 3列目に1列目を1倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

右 R(1,4;-\frac{3}{5}) ; 4列目に1列目を-\frac{3}{5}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素(2,2)が0なので、0でない要素を探したところ、(2,4)に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

右 P(2,4) ; 2列目と4列目を交換

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2;5) ; 2行目を5倍

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

対角要素をかなめに他の要素を掃き出します。
列を掃き出します。

左 R(3,2;\frac{1}{5}) ; 3行目に2行目を\frac{1}{5}倍して、加える

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rank = 2