

# 代幾 I 計算演習 [問題] (2008/10/30)

問. 次の行列の行列式を求めなさい

Q.1

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Q.7

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Q.2

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

Q.8

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Q.3

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Q.9

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Q.4

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Q.10

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Q.5

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

Q.11

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

Q.6

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

Q.12

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

# 代幾 I 計算演習 [解答] (2008/10/30)

A.1

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} &= 2 \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -\frac{3}{2} & 1 \end{vmatrix} \\ &= -4 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{vmatrix} \\ &= -4 \times (2 \times 1 - 1 \times (-\frac{3}{2})) \\ &= -14 \end{aligned}$$

左  $R(3,2;1)$  ; 3行目に  
2行目を1倍して、加  
える

左  $R(4,2;-\frac{1}{2})$  ; 4行目  
に2行目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、  
加える

A.2

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{array} \right| &= -1 \left| \begin{array}{cccc} 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{array} \right| && \text{左 P(2,1) ; 2行目と1行目を交換} \\ &= -1 \left| \begin{array}{cccc} 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{array} \right| && \text{左 R(3,1;\frac{1}{2}) ; 3行目に} \\ &&& \text{1行目を}\frac{1}{2}\text{倍して、加} \\ &&& \text{える} \\ &= -2 \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{array} \right| && \\ &= -2 \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{array} \right| && \text{左 R(3,2;-1) ; 3行目} \\ &&& \text{に2行目を}-1\text{倍して、} \\ &&& \text{加える} \\ &= -2 \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{array} \right| && \text{左 R(4,2;-2) ; 4行目} \\ &&& \text{に2行目を}-2\text{倍して、} \\ &&& \text{加える} \\ &= -2 \left| \begin{array}{cc} \frac{1}{2} & 1 \\ -2 & -3 \end{array} \right| \\ &= -2 \times \left( \frac{1}{2} \times (-3) - 1 \times (-2) \right) \\ &= -1 \end{aligned}$$

A.3

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

左  $R(2,1;-1)$  ; 2行目に1行目を  $-1$  倍して、加える

$$= 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

左  $R(3,2;-2)$  ; 3行目に2行目を  $-2$  倍して、加える

$$= 2 \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \times (1 \times (-1) - (-4) \times (-2))$$

$$= -18$$

## A.4

$$\begin{aligned}
& \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;-\frac{1}{2}) ; 2 \text{ 行目} \\
& && \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 2 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,1;-\frac{1}{2}) ; 3 \text{ 行目} \\
& && \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;-1) ; 4 \text{ 行目} \\
& && \text{に 1 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = 2 \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} \\
& = 2 \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -4 & -3 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;1) ; 3 \text{ 行目に} \\
& && \text{2 行目を 1 倍して、加} \\
& && \text{える} \\
& = 2 \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & -4 & -3 \\ 0 & \frac{2}{3} & 4 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;-\frac{2}{3}) ; 4 \text{ 行目} \\
& && \text{に 2 行目を } -\frac{2}{3} \text{ 倍して、} \\
& && \text{加える} \\
& = 3 \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ \frac{2}{3} & 4 \end{vmatrix} \\
& = 3 \times ((-4) \times 4 - (-3) \times \frac{2}{3}) \\
& = -42
\end{aligned}$$

A.5

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & \frac{3}{2} & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;-\frac{1}{2}) ; 2 \text{ 行目} \\
 & && \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
 & && \text{加える} \\
 & = 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 2 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,1;-\frac{1}{2}) ; 3 \text{ 行目} \\
 & && \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
 & && \text{加える} \\
 & = 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & -3 & \frac{1}{2} & -3 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;\frac{1}{2}) ; 4 \text{ 行目に} \\
 & && \text{1 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = -2 \begin{vmatrix} 3 & \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} & 2 \\ -3 & \frac{1}{2} & -3 \end{vmatrix} \\
 & = -2 \begin{vmatrix} 3 & \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;1) ; 4 \text{ 行目に} \\
 & && \text{2 行目を 1 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = -6 \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \\
 & = -6 \times (\frac{3}{2} \times (-1) - 2 \times 2) \\
 & = 33
 \end{aligned}$$

## A.6

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

左  $R(2,1;-1)$  ; 2 行目に 1 行目を  $-1$  倍して、加える

$$= 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -1 & -3 \\ -1 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

左  $R(3,1;\frac{1}{2})$  ; 3 行目に 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$= 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -1 & -3 \\ 0 & -\frac{3}{2} & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

左  $R(4,1;\frac{1}{2})$  ; 4 行目に 1 行目を  $\frac{1}{2}$  倍して、加える

$$= 2 \begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 \\ -\frac{3}{2} & -1 & -3 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

左  $R(3,2;-\frac{3}{4})$  ; 3 行目に 2 行目を  $-\frac{3}{4}$  倍して、加える

$$= 2 \begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & -4 & -\frac{15}{4} \\ 0 & -2 & -\frac{7}{4} \end{vmatrix}$$

左  $R(4,2;-\frac{3}{4})$  ; 4 行目に 2 行目を  $-\frac{3}{4}$  倍して、加える

$$= -4 \begin{vmatrix} -4 & -\frac{15}{4} \\ -2 & -\frac{7}{4} \end{vmatrix}$$

$$= -4 \times ((-4) \times (-\frac{7}{4}) - (-\frac{15}{4}) \times (-2))$$

$$= 2$$

A.7

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} &= 1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;-1) ; 2 \text{ 行目} \\ &&& \text{に 1 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\ &&& \text{加える} \\ &= 1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,1;2) ; 3 \text{ 行目に} \\ &&& \text{1 行目を 2 倍して、加} \\ &&& \text{える} \\ &= -1 \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 \\ -2 & -3 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} && \\ &= -1 \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & -9 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;-2) ; 3 \text{ 行目} \\ &&& \text{に 2 行目を } -2 \text{ 倍して、} \\ &&& \text{加える} \\ &= -1 \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & -9 & 3 \\ 0 & -5 & -1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;-2) ; 4 \text{ 行目} \\ &&& \text{に 2 行目を } -2 \text{ 倍して、} \\ &&& \text{加える} \\ &= 1 \begin{vmatrix} -9 & 3 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} && \\ &= 1 \times ((-9) \times (-1) - 3 \times (-5)) && \\ &= 24 && \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} &= 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 R(2,1;2) ; 2行目に} \\
& & & \text{1行目を2倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(4,1;1) ; 4行目に} \\
& & & \text{1行目を1倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{vmatrix} && \\
&= 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(3,2;\frac{1}{2}) ; 3行目に} \\
& & & \text{2行目を}\frac{1}{2}\text{倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
&= 1 \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(4,2;\frac{1}{2}) ; 4行目に} \\
& & & \text{2行目を}\frac{1}{2}\text{倍して、加} \\
& & & \text{える} \\
&= -2 \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} && \\
&= -2 \times ((-3) \times 0 - (-1) \times (-3)) && \\
&= 6 &&
\end{aligned}$$

A.9

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} &= 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,1;1) ; 3 \text{ 行目に} \\ &&& \text{1 行目を 1 倍して、加} \\ &&& \text{える} \\ &= 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;-1) ; 4 \text{ 行目} \\ &&& \text{に 1 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\ &&& \text{加える} \\ &= 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -2 \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} && \text{左 } P(3,2) ; 3 \text{ 行目と 2 行目を交換} \\ &= 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 2 \times (1 \times 2 - (-1) \times 0) \\ &= 4 \end{aligned}$$

A.10

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;1) ; 2 \text{ 行目に} \\
 & && \text{1 行目を 1 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = 1 \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & -\frac{3}{2} \\ -2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,1;-\frac{1}{2}) ; 3 \text{ 行目} \\
 & && \text{に 1 行目を } -\frac{1}{2} \text{ 倍して、} \\
 & && \text{加える} \\
 & = 1 \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;-1) ; 4 \text{ 行目} \\
 & && \text{に 1 行目を } -1 \text{ 倍して、} \\
 & && \text{加える} \\
 & = -2 \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} \\
 & = -2 \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;1) ; 3 \text{ 行目に} \\
 & && \text{2 行目を 1 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = -4 \begin{vmatrix} 1 & -\frac{5}{2} \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \\
 & = -4 \times (1 \times 2 - (-\frac{5}{2}) \times 2) \\
 & = -28
 \end{aligned}$$

A.11

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 P(2,1) ; 2行目と1行目を交換} \\
 & = -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(3,1;2) ; 3行目に} \\
 & && \text{1行目を2倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(4,1;1) ; 4行目に} \\
 & && \text{1行目を1倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} && \\
 & = -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 R(3,2;-1) ; 3行目} \\
 & && \text{に2行目を-1倍して、} \\
 & && \text{加える} \\
 & = -1 \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} && \text{左 R(4,2;1) ; 4行目に} \\
 & && \text{2行目を1倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = 1 \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} && \\
 & = 1 \times ((-1) \times 2 - (-3) \times (-1)) && \\
 & = -5 && 
 \end{aligned}$$

A.12

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} && \text{左 } R(2,1;\frac{1}{2}) ; 2 \text{ 行目に} \\
 & && \text{1 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -\frac{3}{2} & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,1;\frac{1}{2}) ; 4 \text{ 行目に} \\
 & && \text{1 行目を } \frac{1}{2} \text{ 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = 2 \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 1 & 1 \end{vmatrix} && \\
 & = 2 \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} & 1 & 1 \\ 0 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \end{vmatrix} && \text{左 } R(3,2;\frac{2}{3}) ; 3 \text{ 行目に} \\
 & && \text{2 行目を } \frac{2}{3} \text{ 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = 2 \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} & 1 & 1 \\ 0 & \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} && \text{左 } R(4,2;\frac{1}{3}) ; 4 \text{ 行目に} \\
 & && \text{2 行目を } \frac{1}{3} \text{ 倍して、加} \\
 & && \text{える} \\
 & = -3 \begin{vmatrix} \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} && \\
 & = -3 \times (\frac{5}{3} \times \frac{1}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{4}{3}) && \\
 & = 5 && 
 \end{aligned}$$