

## 代幾 I 演習 (2008/10/09)

### [対称行列と交代行列]

$n$  次行列  $A$  が  $A = {}^t A$  を満す時、 $A$  を対称行列と呼び、 $A = -{}^t A$  を満す時、 $A$  を交代行列と呼ぶ。

問題 130 行列  $A$  が交代行列ならば、 $A$  の対角要素は 0 であることを示せ。

問題 131 行列  $A$  が、対称行列かつ交代行列ならば、実は、 $A$  は、零行列  $O$  であることを示せ。

問題 132

1. 対称行列  $A, B$  の和  $A + B$  も対称行列になることを示しなさい。
2. 交代行列  $C, D$  の和  $C + D$  も交代行列になることを示しなさい。
3. 交代行列  $C$  の二乗  $C^2$  は、対称行列になることを示しなさい。

問題 133

1.  $n$  次行列  $B$  の  $(i, j)$  成分を  $b_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) とする。この時、次の行列の  $(i, j)$  成分を求めよ。

$$1. {}^t B, \quad 2. B + {}^t B, \quad 3. B - {}^t B.$$

2.  $n$  次行列  $B$  が与えられたとき  $B + {}^t B$  は対称行列であることを示せ。また  $B - {}^t B$  は交代行列であることを示せ。

問題 134 正方行列  $A$  は、対称行列と交代行列の和として一意的に表せることを示せ。

問題 135 演習書の次の問題を解きなさい。

1. p.6 の類題 1 の 1. の (1)
2. p.6 の類題 1 の 1. の (2)
3. p.6 の類題 1 の 2.
4. p.6 の類題 1 の 3. の (1)
5. p.6 の類題 1 の 3. の (2)
6. p.6 の類題 1 の 3. の (3)

問題 136 演習書の次の問題を解きなさい。

1. p.7 の類題 2 の 1. の X
2. p.7 の類題 2 の 1. の Y
3. p.7 の類題 2 の 2. の X
4. p.7 の類題 2 の 2. の Y
5. p.8 の類題 3 の A
6. p.8 の類題 3 の B
7. p.8 の類題 3 の C

問題 137 以下の表は、各々の野菜に 1 kg 中に含まれる、様々な栄養素の含有量である。

食品名	エネルギー	たんぱく質	炭水化物	ビタミン C	鉄
アスパラガス・若茎	220	26	39	150	7
えだまめ	1350	117	88	270	27
グリーンピース	930	153	69	190	17
かぶ・葉	200	23	39	820	21
かぼちゃ	490	16	109	160	5

また、次の表は、食堂でのある一日の三食で消費された食材の量 (kg 単位) である。

食事	アスパラガス・若茎	えだまめ	グリーンピース	かぶ・葉	かぼちゃ
朝	2	0	1	0	0
昼	0	0	0	0	3
夜	0	2	0	0	0

これについて、以下の問いに答えなさい。

1.  $A = (a_{\alpha\beta})$  に対して、 $a_{\alpha\beta} =$  (食品  $\alpha$  が含む栄養素  $\beta$  の含有量) と定めた時、 $A$  を求めなさい。
2. えだまめを 2kg, かぶを 3kg, かぼちゃを 1kg 食べた時のそれぞれの栄養の含有量を求めなさい。
3. 食堂での朝、昼、晩に消費された食材に含まれるたんぱく質と、ビタミン C の含有量を求めなさい。