

代数学幾何学 (A/B) 計算演習 [問題] (2009/06/25)

問. 次の行列の逆行列を求めなさい

- | | | | | | |
|-----|--|------|--|------|--|
| Q.1 | $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 6 & -4 \\ -2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ | Q.8 | $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -5 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | Q.15 | $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ |
| Q.2 | $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ | Q.9 | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ | Q.16 | $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ |
| Q.3 | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ | Q.10 | $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | Q.17 | $\begin{pmatrix} -1 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ |
| Q.4 | $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & -4 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ | Q.11 | $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | Q.18 | $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ |
| Q.5 | $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ | Q.12 | $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | Q.19 | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}$ |
| Q.6 | $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | Q.13 | $\begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ | Q.20 | $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ |
| Q.7 | $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ | Q.14 | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -7 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ | Q.21 | $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -5 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ |

代数学幾何学 (A/B) 計算演習 [解答] (2009/06/25)

A.1

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 6 & -4 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;2) ; 3行目に1行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2,1/3) ; 2行目を1/3倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;1) ; 3行目に2行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} & \frac{1}{3} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3,3) ; 3行目を3倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 R(1,3;-2) ; 1行目に3行目を-2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 0 & -13 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;2/3) ; 2行目に3行目を2/3倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & 0 & -13 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 R(1,2;3) ; 1行目に2行目を3倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

A.2

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; -\frac{1}{3})$; 1 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(2, 1; -2)$; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(3, 1; -1)$; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{3}{7})$; 2 行目を $\frac{3}{7}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3, 2; \frac{1}{3})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3; 7)$; 3 行目を 7 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 $R(1, 3; \frac{1}{3})$; 1 行目に 3 行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

左 $R(2, 3; \frac{4}{7})$; 2 行目に 3 行目を $\frac{4}{7}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 $R(1, 2; \frac{2}{3})$; 1 行目に 2 行目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

A.3

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;1) ; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-1) ; 3行目に1行目を-1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 4 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(2; $\frac{1}{4}$) ; 2行目を $\frac{1}{4}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -5 & 4 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;5) ; 3行目に2行目を5倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{5}{4} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;4) ; 3行目を4倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 4 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 R(1,3;2) ; 1行目に3行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 3 & 10 & 8 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 4 \end{array} \right)$$

左 R(2,3; $\frac{3}{4}$) ; 2行目に3行目を $\frac{3}{4}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 3 & 10 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 4 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 R(1,2;-1) ; 1行目に2行目を-1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 & 4 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

A.4

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-3) ; 2 行目に 1 行目を -3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-1) ; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-1/4) ; 2 行目を -1/4 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{7}{4} & \frac{1}{4} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;4) ; 3 行目を 4 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;1) ; 1 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 6 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;1/4) ; 2 行目に 3 行目を 1/4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 6 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

A.5

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{3})$; 1 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(2,1;-2)$; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(3,1;2)$; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;3)$; 3 行目を 3 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 $R(1,3;-\frac{2}{3})$; 1 行目に 3 行目を $-\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;\frac{4}{3})$; 2 行目に 3 行目を $\frac{4}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 $R(1,2;1)$; 1 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

A.6

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 $R(1,3;-1)$; 1 行目に 3 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;2) ; 2行目に3行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 R(1,2;1) ; 1行目に2行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

A.7

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(1; -1/2) ; 1行目を -1/2 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-3) ; 2行目に1行目を -3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;-1) ; 3行目に1行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3行目を2倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 R(1,3;-1/2) ; 1行目に3行目を -1/2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;5/2) ; 2行目に3行目を 5/2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 $R(1,2;1)$; 1行目に2行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

A.8

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1, \frac{1}{3})$; 1行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -5 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(2,1;5)$; 2行目に1行目を5倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2;3)$; 2行目を3倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 $R(1,3;-\frac{1}{3})$; 1行目に3行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -1 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;1)$; 2行目に3行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 $R(1,2;\frac{1}{3})$; 1行目に2行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A.9

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1; \frac{1}{3})$; 1 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(3,1;2)$; 3 行目に 1 行目を 2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2; \frac{3}{7})$; 2 行目を $\frac{3}{7}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,2; \frac{1}{3})$; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{5}{7} & \frac{1}{7} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;7)$; 3 行目を 7 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 $R(1,3; \frac{1}{3})$; 1 行目に 3 行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & 0 & 2 & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{4}{7} & \frac{1}{7} & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3; \frac{4}{7})$; 2 行目に 3 行目を $\frac{4}{7}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & 0 & 2 & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 $R(1,2; -\frac{1}{3})$; 1 行目に 2 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & 7 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

A.10

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(2,1;1)$; 2行目に1行目を1倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2;-\frac{1}{4})$; 2行目を $-\frac{1}{4}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,2;-1)$; 3行目に2行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3;4)$; 3行目を4倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 $R(2,3;\frac{1}{4})$; 2行目に3行目を $\frac{1}{4}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 $R(1,2;2)$; 1行目に2行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

A.11

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素(1,1)が0なので、0でない要素を探したところ、(2,1)に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 $P(1,2)$; 1行目と2行目を交換

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,1;2)$; 3行目に1行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -10 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(2;-\frac{1}{2})$; 2行目を $-\frac{1}{2}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -10 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,2;-7)$; 3行目に2行目を -7 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3;2)$; 3行目を2倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 4 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 $R(1,3;5)$; 1行目に3行目を5倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & 35 & 21 & 10 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 4 & 2 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;\frac{3}{2})$; 2行目に3行目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & 35 & 21 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 10 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 4 & 2 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 $R(1,2;-3)$; 1行目に2行目を -3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 10 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 4 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 10 & 6 & 3 \\ 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

A.12

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1;-\frac{1}{3})$; 1行目を $-\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2 行目に 1 行目を -4 倍して、
加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{4}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2,3) ; 2 行目を 3 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3; $-\frac{1}{3}$) ; 1 行目に 3 行目を $-\frac{1}{3}$ 倍して、
加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -4 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;4) ; 2 行目に 3 行目を 4 倍して、加
える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2; $\frac{1}{3}$) ; 1 行目に 2 行目を $\frac{1}{3}$ 倍して、加
える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A.13

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; $-\frac{1}{2}$) ; 1 行目を $-\frac{1}{2}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,1;-1) ; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、
加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2; $\frac{1}{2}$) ; 3 行目に 2 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加
える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;2) ; 3 行目を 2 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 $R(1,3;-\frac{1}{2})$; 1行目に3行目を $-\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & 0 & -1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;2)$; 2行目に3行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & 0 & -1 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

1列目を掃き出します。

左 $R(1,2;\frac{3}{2})$; 1行目に2行目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A.14

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素 $(1, 1)$ が 0 なので、0でない要素を探したところ、 $(2, 1)$ に0でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 $P(1,2)$; 1行目と2行目を交換

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 0 & -7 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(1;\frac{1}{3})$; 1行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,1;2)$; 3行目に1行目を2倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が1でないので1に正規化します。

左 $Q(3;3)$; 3行目を3倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{7}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2列目を掃き出します。

左 $R(1,3;\frac{7}{3})$; 1 行目に 3 行目を $\frac{7}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

A.15

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;-\frac{1}{2})$; 1 行目を $-\frac{1}{2}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(2,1;-1)$; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;-2)$; 2 行目を -2 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,2;-1)$; 3 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 $R(1,3;\frac{1}{2})$; 1 行目に 3 行目を $\frac{1}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;1)$; 2 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -\frac{3}{2} & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 $R(1,2;\frac{3}{2})$; 1 行目に 2 行目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

A.16

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素 $(1, 1)$ が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(2, 1)$ に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 P(1,2) ; 1 行目と 2 行目を交換

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,1;-1) ; 3 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-1) ; 2 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;-1) ; 3 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;1) ; 1 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;2) ; 2 行目に 3 行目を 2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;1) ; 1 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

A.17

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -4 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-2) ; 2 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;1) ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-1/5) ; 2 行目を -1/5 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;-3) ; 3 行目に 2 行目を -3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(3;5) ; 3 行目を 5 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 5 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;2) ; 1 行目に 3 行目を 2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 1 & 6 & 10 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 5 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;2/5) ; 2 行目に 3 行目を 2/5 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 4 & 0 & 1 & 6 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 5 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;-4) ; 1 行目に 2 行目を -4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 5 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \end{array} \right)$$

A.18

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 3 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素 $(1, 1)$ が 0 なので、0 でない要素を探したところ、 $(2, 1)$ に 0 でない要素を見つけましたので、それを対角要素と交換します。

左 $P(1,2)$; 1 行目と 2 行目を交換

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(1;-1)$; 1 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,1;-2)$; 3 行目に 1 行目を -2 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(2;\frac{1}{3})$; 2 行目を $\frac{1}{3}$ 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,2;1)$; 3 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 2 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;3)$; 3 行目を 3 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & 3 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 $R(2,3;\frac{2}{3})$; 2 行目に 3 行目を $\frac{2}{3}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & 3 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;1) ; 1 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & 3 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

A.19

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-1) ; 2 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;-4) ; 3 行目に 2 行目を -4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;1) ; 1 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(2,3;1) ; 2 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

A.20

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1;-1) ; 1 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-1) ; 2 行目に 1 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;1) ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(3,2;3) ; 3 行目に 2 行目を 3 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 R(1,3;1) ; 1 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 R(1,2;1) ; 1 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

A.21

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -5 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

前進消去を行います。

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(1; -1/2) ; 1 行目を -1/2 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 4 & -5 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 R(2,1;-4) ; 2 行目に 1 行目を -4 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

左 R(3,1;1) ; 3 行目に 1 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 Q(2;-1) ; 2 行目を -1 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素を要に下の要素を掃き出します。

左 $R(3,2;-1)$; 3 行目に 2 行目を -1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 1 \end{array} \right)$$

対角要素が 1 でないので 1 に正規化します。

左 $Q(3;2)$; 3 行目を 2 倍

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right)$$

後退消去を行います。

2 列目を掃き出します。

左 $R(1,3;\frac{3}{2})$; 1 行目に 3 行目を $\frac{3}{2}$ 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right)$$

左 $R(2,3;1)$; 2 行目に 3 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right)$$

1 列目を掃き出します。

左 $R(1,2;1)$; 1 行目に 2 行目を 1 倍して、加える

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 5 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$