

代数学幾何学 A/B 演習 (2009/06/18)

問題 93 (k, l) 行列 A , (l, m) 行列 B , (m, n) 行列 C に対し、 ${}^t(ABC) = {}^tC {}^tB {}^tA$ となることを示せ。

問題 94 A を n 次行列とする。この時、次の問に答えなさい。

1. A^2 が正則行列ならば、実は、 A 自身も正則行列であることを示せ。
2. A が正則行列ならば、任意の整数 k に対して A^k も正則行列であることを示せ。

問題 95 次の条件を満たす行列 A, B の例を作ってみよ。

1. 積 AB は定義できるが、 BA は定義できない。
2. AB, BA はどちらも定義できるが、型が異なる。
3. AB, BA はどちらも 2 次の正方行列になるが、 $AB \neq BA$ となる。
4. AB, BA はどちらも 2 次の正方行列になり、 $AB = BA$ となる。

問題 96 $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ とする。行列の積の結合法則を利用して A^5 を計算せよ。

問題 97

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

の時、次の行列の計算をなさい。

1. AB ,
2. BA
3. A^2 ,
4. B^2

