

# 代数学幾何学 (A/B) 小テスト [問題] (2009/10/08[前半クラス])

[注意]

- テスト形式ですので「相談は不可」です。私語は慎むように!!。質問がある場合は、黙って、手を上げて、監督者が来るのを待ってください。
- 持ち込みは「なんでも可」です。ただし、トラブルをさけるために、「貸し借り」は不可とします。
- 解答用紙は一枚に収めてください。裏面も利用してください。計算問題は、「答のみ」を記入してください。
- 試験時間は 60 分です。試験終了後、解答を配布しますので、それをみて、「自分で丸付け」の上、その結果を(当然、名前と学籍番号を記入した上で..)提出してください。

問題 1

次の行列の行列式を求めなさい

Q.1

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

Q.2

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

問題 2

次の二つの空間ベクトル  $u, v$  の外積  $u \times v$  を求めなさい

Q.1

$$u = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$u = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

問題 3

次の行列の階数 (Rank) を求めよ

Q.1

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & -1 \\ 4 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} -5 & 9 & -3 & 1 & 3 \\ 5 & -7 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

問題 4

次の行列の逆行列を求めなさい

Q.1

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} 8 & -5 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 2 & 1 & 2 \\ 5 & -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

問題 5

次の複素ベクトル  $v$  の長さ  $|v|$  を求めなさい

Q.1

$$v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 - i \\ 1 - 3i \\ -3 + 2i \\ 1 + 2i \\ 3 - 2i \\ -3 - 3i \end{pmatrix}$$

Q.2

$$v = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 - 3i \\ 1 + 3i \\ -2i \\ 1 + i \\ -3 - 3i \end{pmatrix}$$

問題 6

次の二つの複素ベクトル  $u, v$  の内積  $(u, v)$  を求めなさい

Q.1

$$u = \begin{pmatrix} -3 + 3i \\ -1 - 3i \\ -2 + 2i \\ 1 - i \\ 2 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 + 3i \\ -3 - 2i \\ -1 + i \\ 3 - 3i \\ 2i \end{pmatrix}$$

Q.2

$$u = \begin{pmatrix} 3i \\ 3 \\ 2 + i \\ 2 - 3i \\ -2 + 3i \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 - 3i \\ 2 - i \\ -1 - i \\ -2i \\ -1 + 3i \end{pmatrix}$$

# 代数学幾何学 (A/B) 小テスト [解答] (2009/10/08)

## 問題 1

次の行列の行列式を求めなさい

A.1

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 6$$

A.2

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

## 問題 2

次の二つの空間ベクトル  $u, v$  の外積  $u \times v$  を求めなさい

A.1

$$\begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}$$

A.2

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

## 問題 3

次の行列の階数 (Rank) を求めよ

A.1 rank = 2

A.2 rank = 4

## 問題 4

次の行列の逆行列を求めなさい

A.1

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

A.2

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 13 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

## 問題 5

次の複素ベクトル  $v$  の長さ  $|v|$  を求めなさい

A.1

$$|v| = \sqrt{65}$$

A.2

$$|v| = 2\sqrt{11}$$

問題 6

次の二つの複素ベクトル  $u, v$  の内積  $(u, v)$  を求めなさい

A.1

$$\begin{aligned}
 \left( \begin{pmatrix} -3+3i \\ -1-3i \\ -2+2i \\ 1-i \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1+3i \\ -3-2i \\ -1+i \\ 3-3i \\ 2i \end{pmatrix} \right) &= (-3+3i) \times \overline{(1+3i)} + (-1-3i) \times \overline{(-3-2i)} \\
 &+ (-2+2i) \times \overline{(-1+i)} + (1-i) \times \overline{(3-3i)} \\
 &+ (2) \times \overline{(2i)} \\
 &= (-3+3i) \times (1-3i) + (-1-3i) \times (-3+2i) \\
 &+ (-2+2i) \times (-1-i) + (1-i) \times (3+3i) \\
 &+ (2) \times (-2i) \\
 &= (6+12i) + (9+7i) + (4) + (6) \\
 &+ (-4i) \\
 &= 25+15i
 \end{aligned}$$

A.2

$$\begin{aligned}
 \left( \begin{pmatrix} 3i \\ 3 \\ 2+i \\ 2-3i \\ -2+3i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1-3i \\ 2-i \\ -1-i \\ -2i \\ -1+3i \end{pmatrix} \right) &= (3i) \times \overline{(1-3i)} + (3) \times \overline{(2-i)} \\
 &+ (2+i) \times \overline{(-1-i)} + (2-3i) \times \overline{(-2i)} \\
 &+ (-2+3i) \times \overline{(-1+3i)} \\
 &= (3i) \times (1+3i) + (3) \times (2+i) \\
 &+ (2+i) \times (-1+i) + (2-3i) \times (2i) \\
 &+ (-2+3i) \times (-1-3i) \\
 &= (-9+3i) + (6+3i) + (-3+i) + (6+4i) \\
 &+ (11+3i) \\
 &= 11+14i
 \end{aligned}$$