

# 代数学幾何学 (A/B) 小テスト [問題] (2009/10/08)

[注意]

- テスト形式ですので「相談は不可」です。私語は慎むように!!。質問がある場合は、黙って、手を上げて、監督者が来るのを待ってください。
- 持ち込みは「なんでも可」です。ただし、トラブルをさけるために、「貸し借り」は不可とします。
- 解答用紙は一枚に収めてください。裏面も利用してください。計算問題は、「答のみ」を記入してください。
- 試験時間は 60 分です。試験終了後、解答を配布しますので、それをみて、「自分で丸付け」の上、その結果を(当然、名前と学籍番号を記入した上で..)提出してください。

## 問題 1

次の行列の行列式を求めなさい

Q.1

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Q.2

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

## 問題 2

次の二つの空間ベクトル  $u, v$  の外積  $u \times v$  を求めなさい

Q.1

$$u = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

## 問題 3

次の行列の階数 (Rank) を求めよ

Q.1

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -6 & 5 & 2 & 0 \\ 3 & 8 & -7 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 0 & -1 \\ -5 & 8 & 2 & 0 & -3 \\ 3 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 4

次の行列の逆行列を求めなさい

Q.1

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -4 & -1 \\ -2 & 4 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Q.2

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

問題 5

次の複素ベクトル  $v$  の長さ  $|v|$  を求めなさい

Q.1

$$v = \begin{pmatrix} -3 + i \\ 3 - 3i \\ 3 + 2i \\ -3 + 2i \\ -3 + 3i \end{pmatrix}$$

Q.2

$$v = \begin{pmatrix} 3 + i \\ -2 + i \\ 3 + i \\ 2 - i \\ -2 - 3i \end{pmatrix}$$

問題 6

次の二つの複素ベクトル  $u, v$  の内積  $(u, v)$  を求めなさい

Q.1

$$u = \begin{pmatrix} 1 - 2i \\ -3 \\ -3 + 3i \\ -1 + 3i \\ -3i \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} -3 - 3i \\ -3 + 2i \\ -2 - i \\ 2 + 2i \\ -3i \end{pmatrix}$$

Q.2

$$u = \begin{pmatrix} 2 - 2i \\ 2 - 3i \\ 2 \\ -3 - 2i \\ 2 - i \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 2 + i \\ 3 + i \\ -3 - i \\ 1 - 3i \\ -1 + i \end{pmatrix}$$

# 代数学幾何学 (A/B) 小テスト [解答] (2009/10/08)

## 問題 1

次の行列の行列式を求めなさい

A.1

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

A.2

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

## 問題 2

次の二つの空間ベクトル  $u, v$  の外積  $u \times v$  を求めなさい

A.1

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

A.2

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

## 問題 3

次の行列の階数 (Rank) を求めよ

A.1 rank = 2

A.2 rank = 3

## 問題 4

次の行列の逆行列を求めなさい

A.1

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 15 & 17 & 8 & 11 \\ 5 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

A.2

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 6 & 13 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

## 問題 5

次の複素ベクトル  $v$  の長さ  $|v|$  を求めなさい

A.1

$$|v| = 6\sqrt{2}$$

A.2

$$|v| = \sqrt{43}$$

問題 6

次の二つの複素ベクトル  $u, v$  の内積  $(u, v)$  を求めなさい

A.1

$$\begin{aligned}
 \left( \begin{pmatrix} 1-2i \\ -3 \\ -3+3i \\ -1+3i \\ -3i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3-3i \\ -3+2i \\ -2-i \\ 2+2i \\ -3i \end{pmatrix} \right) &= (1-2i) \times \overline{(-3-3i)} + (-3) \times \overline{(-3+2i)} \\
 &+ (-3+3i) \times \overline{(-2-i)} + (-1+3i) \times \overline{(2+2i)} \\
 &+ (-3i) \times \overline{(-3i)} \\
 &= (1-2i) \times (-3+3i) + (-3) \times (-3-2i) \\
 &+ (-3+3i) \times (-2+i) + (-1+3i) \times (2-2i) \\
 &+ (-3i) \times (3i) \\
 &= (3+9i) + (9+6i) + (3-9i) + (4+8i) \\
 &+ (9) \\
 &= 28+14i
 \end{aligned}$$

A.2

$$\begin{aligned}
 \left( \begin{pmatrix} 2-2i \\ 2-3i \\ 2 \\ -3-2i \\ 2-i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2+i \\ 3+i \\ -3-i \\ 1-3i \\ -1+i \end{pmatrix} \right) &= (2-2i) \times \overline{(2+i)} + (2-3i) \times \overline{(3+i)} \\
 &+ (2) \times \overline{(-3-i)} + (-3-2i) \times \overline{(1-3i)} \\
 &+ (2-i) \times \overline{(-1+i)} \\
 &= (2-2i) \times (2-i) + (2-3i) \times (3-i) \\
 &+ (2) \times (-3+i) + (-3-2i) \times (1+3i) \\
 &+ (2-i) \times (-1-i) \\
 &= (2-6i) + (3-11i) + (-6+2i) + (3-11i) \\
 &+ (-3-i) \\
 &= -1-27i
 \end{aligned}$$