

ソフトウェア概論 A/B

-- アルゴリズム --

数学科 栗野 俊一

2012/11/30 ソフトウェア概

伝言

私語は慎むように !!

□ 教室に入ったら

- 直に **Note-PC** の電源を入れておく

- ▶ Network に接続し、当日の資料に目を通す

- ▶ skype に Login する

- ▶ Windows Update をしておこう

□ やる気のある方へ

- 今日の資料は、すでに上っています

- ▶ どんどん、先に進んでかまいません

今後の予定 (本日 ~ 試験日)

□ スケジュール(後ろから..)

○ 2013/01/18 (ソフトウェア概論講義最終日)

▶ 試験日

○ 2013/01/11 (講義最終前週)

▶ 模擬試験日

○ 2012/12/07 - 2012/12/21 (3 回)

▶ 通常講義

○ 2012/11/30 (本日)

▶ 通常講義 (アルゴリズム : 山登り法/二分探索/..)

前回(2012/11/16)の復習

□ 前回

○ 「問題を解く」という事は？

- ▷ 問題：数学の存在命題 ($\exists x [P(x)]$: 命題 P を満す x が存在する) を証明する事
- ▷ 解く：存在命題の「構成的な証明 (具体的な c を与え $P(c)$ が成立する事を示す)」をする事
- ▷ cf. 方程式の整数解 / 覆面算

○ 計算機による解法

- ▷ 制限： x がある有限集合 F の要素である事 ($\exists x \text{ in } F [P(x)]$)
- ▷ 風潰し法： F から x の候補を一つずつ取り出し $P(x)$ かどうかを確認する

```
for ( x in F ) {      // F の中から順に x を取り出す
    if ( P(x) ) {    // x が P を満すならば..
        printf ( "解を見つけた\n" );
    }
}
```

- ▷ P (解の満すべき条件) と F (解の取り得る範囲) の二つが与えられれば、プログラムがかける
- ▷ 「原理」的には、「全ての問題がこの形式で解ける」といえる

舐潰し法による問題の解法例 (復習)

□ 一次方程式の整数解 (「 $ax + b = c$ の解」を求める)

- 条件: x の範囲(有限)が指定されている事
- 解法: 指定された範囲に x を動かして、条件が成立する物を出す

□ 最大公約数 (m, n の最大公約数を求める)

- 条件: m, n の双方を割り切れる / 範囲 m, n の大きくない方から 1 まで

□ 覆面算 (「ピヨ+ピヨ=ヒヨコ」) を解く

○ 条件 (P)

- ▶ ピとヒは、数値の先頭なので、零にならない
- ▶ ピ、ヨ、ヒ、コは互いに異なる一桁の数値
- ▶ 10 進法なので『 $\text{ピ} \times 10 + \text{ヨ} + \text{ピ} \times 10 + \text{ヨ} = \text{ヒ} \times 100 + \text{ヨ} \times 10 + \text{コ}$ 』が成立

○ 範囲

- ▶ $F = \{x = \langle \text{ピ}, \text{ヨ}, \text{ヒ}, \text{コ} \rangle \mid \text{ピ}, \text{ヨ}, \text{ヒ}, \text{コ} \text{ は一桁} \}$: ベクトルの集合
- ▶ ピ、ヨ、ヒ、コにそれぞれ 0 ~ 9 の数値を当て嵌めて、条件をチェック

○ プログラムの作成方針

- ▶ 条件を「論理式」にし、更に「if 文」に変換する
- ▶ ピ、ヨ、ヒ、コを一つずつ固定し、他を変更してゆく

本日の課題 (2012/11/30)

□ 今週 (2012/11/30) の課題

○ 課題 1:

- ▷ ファイル名 : 20121130-1-QQQQ.c (QQQQ は学生番号)
- ▷ 内容 : 二分法による二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解
- ▷ ファイル形式 : テキストファイル(C 言語プログラムファイル)

○ 課題 2:

- ▷ ファイル名 : 20121130-2-QQQQ.c (QQQQ は学生番号)
- ▷ 内容 : 二分法による二次方程式 $x^5 - a = 0$ の解
- ▷ ファイル形式 : テキストファイル(C 言語プログラムファイル)

○ 課題 3:

- ▷ ファイル名 : 20121130-3-QQQQ.c (QQQQ は学生番号)
- ▷ 内容 : 公式による二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解
- ▷ ファイル形式 : テキストファイル(C 言語プログラムファイル)

□ 先週(2012/11/16)の課題

○ 課題 1:

- ▷ ファイル名 : 20121116-1-QQQQ.c (QQQQ は学生番号)
- ▷ 内容 : 二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解
- ▷ ファイル形式 : テキストファイル(C 言語プログラムファイル)

本日の予定

□ 講義

○ 解の探索 (3)

- ▷ アルゴリズム (二分法)
- ▷ 計算量

□ 演習

○ 課題の提出

「夔潰し法」で *よい* か？

- 問題が与えられれば、プログラムは必ず作れる
 - 「夔潰し法」を利用すればよい (機械的に作成する事さえできる)
 - ▷ ならばプログラマは不要か ... ? **No**
- 平方根の解法 [001] の問題点
 - 整数解しか得られないえられない (問題点 A)
 - 範囲を与える必要がある (問題点 B)
- 「問題点 A」への対応
 - 整数しか得られないのは、1 刻みだから.. では 0.01 刻みなら ? [002]
 - ▷ 指定した精度で計算は可能だが...
 - ▷ 新たな問題 : 計算回数が 100 倍になってしまった
 - ▷ もし、精度を高めたら ? もっと時間がかかる (問題点 C)
- 夔潰し法の最大公約数
 - $\text{gcd}(N,M)$ の計算には、最悪、 $\min(N,M)$ だけ時間がかかる
- 夔潰し法の課題
 - 夔潰し法は、本質的に、「計算回数が増える」という問題点がある

計算量

□ そのプログラムの時間計算量とは

- 計算機がそのプログラムの実行に要する計算時間の量を言う
- プログラムの実行速度は、入力によって変化する
 - ▶ 入力のサイズ N に対して、時間が N の関数 $f(N)$ に比例するかどうかを考える
 - ▶ 例 1 : $\text{gcd}(N,M)$ の場合 $f(N)=N$ に比例 ($O(N)$ で表現する / ランダウの記号)
 - ▶ 例 2 : 平方根を小数点数第 N まで求める $f(N) = 10^N$ に比例 ($O(10^N)$)

□ 考察 (何が起きたか ?)

- 「等価交換」の原理 ? ((c) 「鋼の錬金術師」)
 - ▶ 整数の場合 : 解ける場合は、正確だが、解けない場合がある
 - ▶ 浮動小数点数の場合 : 何時でも解けるが、正確さと計算時間がトレード
- 「情報」と「時間」がトレードされた..

アルゴリズム

□ (ある問題の)アルゴリズムとは

○ 定義

- ▶ 確定性：明確な手順の有限な列で表現されている
- ▶ 正当性：その問題を解く(解を求める)事ができる
- ▶ 停止性：有限時間で終了する

○ 基本は問題を解くための「手続」の事

- ▶ 基本はプログラムそのものと考えてよい

○ アルゴリズムは沢山ある (例：二次方程式を公式で解く、風潰しで解く..)

- ▶ アルゴリズムに優劣をつける事ができる

□ 「良い」アルゴリズムとは (アルゴリズムの有効性)

○ 幾つか基準でアルゴリズムを比較する事ができる (基準は相反する事もある)

- ▶ 基準：分かり易さ -> 単純で分かり易いアルゴリズムが *良い*
- ▶ 基準：速度 -> 時間計算量が少ないアルゴリズムが *良い*

効率の良いアルゴリズム

□ アルゴリズムの効率化

- 高速化するには情報を与えれば良い

□ 例: 単語の検索

- リーダページから、単語 **hello** があるかどうかを探す

- ▶ 頭から、単語を一つずつ調べる
- ▶ リーダのページの単語数が計算量

- 辞書から単語 **hello** があるかどうかを探す

- ▶ 頭から搜したら大変な事になる

- 辞書に関する情報

- ▶ 辞書順に並んでいる
- ▶ 順序の性質の推移律: $x < y \ \& \ y < z \rightarrow x < z$
- ▶ 二分法が使える