

解答者	ID: 行列	Date: 2014/05/30	学科:	番号:	名前:
-----	--------	------------------	-----	-----	-----

- 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< -

1. 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 、及び、 $A = 2X + 4Y, E = X + Y$  を満す、行列  $X, Y$  について、次の間に答えよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする。

- (a)  $A^2$  を求めよ。答えのみ記入せよ。  
 (b) 行列  $X, Y$  を求めよ。  
 (c)  $n$  を自然数とするとき、 $A^n = 2^n X + 4^n Y$  が成り立つ事を示せ。

2. 次の (1) ~ (3) の間に答えなさい。

(1) 3 次正方行列

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -7 \\ 1 & 4 & 6 \\ -1 & -6 & -11 \end{pmatrix}$$

について、 $P, Q$  の行列式  $|P|, |Q|$  をそれぞれ求めよ。

- (2) (1) の行列  $P, Q$  について、行列  $PQ$  の固有値を求めよ。  
 (3) 正則な  $n$  次正方行列  $A, B$  について、 $AB$  の固有多項式と、 $BA$  の固有多項式は一致する事を証明せよ。

3. 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする。実数  $t$  に対して、 $t(AB + B) = E - A$  が成立するとき、次の各問いに答えよ。

(a) 行列  $A$  を  $t$  で表すと、行列  $A$  の成分  $a, b$  の組は ( ) である。

- (1)  $\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2}\right)$     (2)  $\left(-\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2}\right)$     (3)  $\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, -\frac{2t}{1+t^2}\right)$   
 (4)  $\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$     (5)  $\left(\frac{2t}{1+t^2}, -\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$

(b)  $t = \tan \frac{\theta}{2} (0 < \theta < \pi)$  のとき、行列  $A$  を  $\theta$  で表すと、行列  $A$  の成分  $c, d$  の組  $(c, d)$  は、( ) である。

- (1)  $(\cos \theta, \sin \theta)$     (2)  $(\cos \theta, -\sin \theta)$     (3)  $(\sin \theta, \cos \theta)$     (4)  $(\sin \theta, -\cos \theta)$   
 (5)  $(-\sin \theta, \cos \theta)$

(c) (2) で、 $A^3 = E$  の時、 $\theta$  の値は、( ) である。

- (1)  $\frac{\pi}{6}$     (2)  $\frac{\pi}{3}$     (3)  $\frac{\pi}{2}$     (4)  $\frac{2}{3}\pi$     (5)  $\frac{5}{6}\pi$

					得点:
採点者	ID: 行列	Date:	学科:	番号:	名前:

解答者	ID: 行列	Date: 2014/05/30	学科:	番号:	名前:
-----	--------	------------------	-----	-----	-----

- 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< -

(d) (3) を満す  $\theta$  の値に対して、 $A^2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  の解  $x, y$  の組  $(x, y)$  は ( ) である。

(1)  $\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}, \frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right)$     (2)  $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$     (3)  $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right)$   
(4)  $\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$     (5)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4. 行列  $A = \begin{pmatrix} -2 & a \\ 7 & b \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  が、 $A^2 - A + E = 0$  をみたしています。次の問 1, 問 2 に答えなさい。

問 1 行列  $A$  の  $a, b$  の値はそれぞれ  $a = [ \quad ], b = [ \quad ]$  である。

(1) -4    (2) -3    (3) -2    (4) -1    (5) 0    (6) 1    (7) 2    (8) 3    (9) 4    (10) 5

問 2 行列  $A^9 = \begin{pmatrix} (1) & (2) \\ (3) & (4) \end{pmatrix}$  である。

(1) -4    (2) -3    (3) -2    (4) -1    (5) 0    (6) 1    (7) 2    (8) 3    (9) 4    (10) 5

5. 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  と 2 次の正方行列  $B$  について  $BA = AB$  が成り立つ時  $B$  はどのような形で表されるか答えよ。

6. 行列  $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  の時、 $S = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{99}$  とおくと、 $S$  は [ ] である。

(1)  $\begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$     (2)  $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$     (3)  $\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$     (4)  $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$   
(5)  $\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$     (6)  $\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

7. (a)  $M = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 3 & y \end{pmatrix}$  に対して、 $M$  の逆行列  $M^{-1}$  が等式  $M = M^{-1}$  を満す時、 $x = -[ \quad ], y = -[ \quad ]$  である。

(b)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  の時、 $A^3 - 4A^2 + 3A + E = \begin{pmatrix} (1) & (2) \\ (3) & (4) \end{pmatrix}$  である。

					得点:
採点者	ID: 行列	Date:	学科:	番号:	名前:

解答者	ID: 行列	Date: 2014/05/30	学科:	番号:	名前:
-----	--------	------------------	-----	-----	-----

- 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< — 8< —

8.  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a-1 & 2a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  であり、行列  $AB - 2C$  が逆行列をもたないとき定数  $a$  の値を求めなさい。

					得点:
採点者	ID: 行列	Date:	学科:	番号:	名前: