

解答者	ID: 関数・グラフ	Date: 2014/06/06	学科:	番号:	名前:
-----	------------	------------------	-----	-----	-----

- 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< -

1. a を正の定数とする。関数 $f(x)$ は全ての x について

$$f(x) = \int_0^x (6t + 2)dt + \int_0^a f(t)dt$$

を満し $f(0) = a$ である。

(a) 関数 $f(x)$ は [] 次関数である。

(b) a の値を求めると $a = \sqrt{[]} - []$ である。

2. 放物線 $y = 4 - x^2$ と x 軸で囲まれた部分に、点 P と Q が放物線上の点、点 R と S x 軸上の点になるように、長方形 $PRSQ$ を作ります。点 S の x 座標を t ($t > 0$) としたとき、この長方形 $PRSQ$ の面積が最大になる時の t の値として、正しいものを、次の 1~5 の中から選びなさい。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (5) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

3. 2 曲線 $y = \sin 2x, y = \sin 4x$ がある。

(a) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲において、この 2 曲線の交点の x 座標は、 $0, \left[\frac{\quad}{\quad} \right] \pi, \left[\frac{\quad}{\quad} \right] \pi$ である。

(b) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲において、この 2 曲線で囲まれる部分の面積は、 $\left[\frac{\quad}{\quad} \right]$ である。

4. a を正の定数とし、曲線 $y = e^{ax}$ を C とする。 C 上の 2 点 $P(0, 1), Q(t, e^{at})$ (ただし $t \neq 0$) における法線をそれぞれ l_P, l_Q とし、 l_P と l_Q の交点を R とする。この時、次の (a), (b), (c) の問に答えよ。ただし、 e は、自然対数の底とする。

(a) l_Q の方程式を求めよ

(b) R の座標を a と t を用いて表せ。

(c) t が限り無く 0 に近づくとき、 R はある点数 R_0 に近づく。このとき、 R_0 の座標を求めよ。また、線分 PR_0 の長さを最小にする a の値を求めよ。

5. 幅 a cm の鉄板を、左右 x cm ずつ直角に折り曲げコの字形に長方形を作る。この長方形の面積を S cm² とする。この時、次の問に答えなさい。

(a) S を a と x で表しなさい。

(b) S の最大値を a で表しなさい。

6. 点 $A(4, 0)$ と、円 $x^2 + y^2 = 36$ 上の点 P を結ぶ線分 AP の中点を Q とする。点 P がこの円上を動く時、点 Q の軌跡を求めなさい。

					得点:
採点者	ID: 関数・グラフ	Date:	学科:	番号:	名前:

解答者	ID: 関数・グラフ	Date: 2014/06/06	学科:	番号:	名前:
-----	------------	------------------	-----	-----	-----

- 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< -

7. 3点 A, B, C は放物線 $y = ax^2$ 上の点で、点 A の座標を $(-2, 1)$ 点 B, C の x 座標をそれぞれ $4, 8$ とします。 $\triangle ABC = \triangle ABD$ となるように y 軸上 ($y > 0$) に点 D をとるとき、点 D の y 座標として正しいものを後の (1) ~ (5) の中から一つ選びなさい。

- (1) 10 (2) $\frac{21}{2}$ (3) 11 (4) $\frac{23}{2}$ (5) 12

8. 点 $(-1, 2)$ を通る直線と放物線 $y = x^2$ で囲まれる部分の面積を S とすると、 S の最小値を求めよ。

9. 次の各問に答えよ

- (a) y が x に反比例し、 x と y が次の表のように対応しているとき、表の A に当てはまる数を求めよ。

x	...	1	2	3	...
y	...	12	6	A	...

- (b) 方程式 $3x + 2y = 6$ のグラフの傾きと、 y 軸上の切片をそれぞれ求めよ。

- (c) 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴として適切なものを下から全て選び、記号で書なさい。

- i. 原点を通る放物線である。
- ii. a の絶対値が大きくなるほど、グラフの開き方は大きくなる。
- iii. x 軸について対称である。
- iv. $a > 0, x > 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値も増加する。

10. 座標平面上の2つの放物線 $y = x^2 - 4x + 36, y = 4x^2 + 8x$ をそれぞれ C_1, C_2 とする。この時、次の問に答えなさい。

- (a) 2つの放物線 C_1, C_2 は異なる2点で交わる。この2点の座標を求めなさい。
- (b) 上記で求めた2点における放物線 C_1 の接線の方程式をそれぞれ求めなさい。
- (c) 2つの放物線 C_1, C_2 の共通接線の方程式を求めなさい。

11. 2次関数 $y = x^2 + 2mx + m + 6$ について、次の各問に答えよ。

- (a) この2次関数の頂点の座標を求めよ。
- (b) この2次関数のグラフが x 軸と異なる点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。
- (c) この2次関数のグラフが x 軸の正の部分と異なる点で交わる時、定数 m の値の範囲を求めよ。

12. 3次関数 $y = x^3 - x^2 - 2x + 7$ のグラフ上の点 $(2, 7)$ における接線を ℓ とし、3次関数のグラフと ℓ で囲まれた図形の面積を S とする。次の問に答えなさい。

- (a) 接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (b) 面積 S を求めよ。

					得点:
採点者	ID: 関数・グラフ	Date:	学科:	番号:	名前:

解答者	ID: 関数・グラフ	Date: 2014/06/06	学科:	番号:	名前:
-----	------------	------------------	-----	-----	-----

- 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< - 8< -

<p>13. 平面上に2点 $A(-1, 3), B(5, 11)$ がある。点 Q が直線 $y = 2x$ 上にあるとき、$QA + QB$ を最小にする点 Q の座標を求めなさい。</p> <p>14. 座標平面上に、曲線 $C: y = \sin x (0 \leq x \leq \pi)$ と直線 $l: y = mx (m > 0)$ がある。</p> <p>(a) $m = \frac{2}{\pi}$ のとき、曲線 C と直線 l で囲まれた部分の面積を求めよ。</p> <p>(b) 曲線 C と直線 l が原点以外に共有点をもつような m の値の範囲を求めよ。</p> <p>(c) m の範囲が前問の範囲にある時、曲線 C と直線 l で囲まれる部分の面積を S_1 曲線 C と直線 l と直線 $x = \pi$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする。$S_1 + S_2$ が最小になるような m の値を求めよ。</p> <p>15. 実数 x, y が、$3x^2 + 5xy + 3y^2 = 2$ を満す時、$x^3 + y^3$ の最大値と最小値を求めなさい。</p> <p>16. a, b を定数とする。2つの関数 $f(x) = a \cos x, g(x) = \sin 2bx$ について、次の各問いに答えよ。ただし、問1, 問2は、答えのみ記入せよ。</p> <p>(a) $a = 1, b = 1$ の時、方程式 $f(x) = g(x)$ を解け。ただし、$0 \leq x < 2\pi$ とする。</p> <p>(b) $a = \frac{1}{2}, b > 0$ の時、$0 < x < \frac{\pi}{2}$ における関数 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの共有点が4つとなるような定数 b の値の範囲を求めよ。</p> <p>(c) $a > 0, b = 1$ の時、$S(a) = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) - g(x) dx$ を求めよ。</p> <p>17. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、関数 $f(x) = 1 - 2 \sin 2x - 2\sqrt{3} \cos 2x + 4 \cos^2 \left(x + \frac{5}{12}\pi\right)$ について次の間に答えなさい。</p> <p>(a) $f(x)$ の最大値と最小値を求めなさい。また、その時の x の値を求めなさい。</p> <p>(b) 方程式 $f(x) = 0$ を解きなさい。</p> <p>18. 曲線 $y = x^3 - (a+2)x^2 + 2ax$ について、次の間に答えなさい。ただし、$0 \leq a \leq 2$ とする。</p> <p>(a) この曲線と x 軸の交点の x 座標を求めなさい。解答は答えのみでよい。</p> <p>(b) この曲線と x 軸で囲まれた部分の面積を S とするとき、S を a で表しなさい。</p> <p>(c) 前問で求めた面積 S の取り得る値の範囲を求めなさい。</p> <p>19. 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$, 直線 $y = 2x + 6$ が二点 A, B で交わっている。放物線上に $AB \parallel PQ$ となる二点 P, Q を取るとき、次の間にこたえよ。ただし、点 B は点 A の右側にあり点 Q は点 P の右側にあるものとする。</p> <p>(a) 点 B の座標を求めよ (答えのみをかけ)。</p> <p>(b) 点 P の x 座標を p とするとき、点 Q の x 座標を p を使って表せ。</p> <p>(c) $AB : PQ = 3 : 2$ となるときの、点 P の座標を求めよ。</p>					
					得点:

採点者	ID: 関数・グラフ	Date:	学科:	番号:	名前:
-----	------------	-------	-----	-----	-----