ピタゴラスの定理

栗野俊一*

2014 年 10 月 5 日

1　ピタゴラスの定理

右の図 (図 1) で ∠C が直角な三角形 △ABC において、次の式が成り立つ。

$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

これを、<u>ピタゴラスの定理</u> と呼ぶ。また、三つの辺の平方数の関係である事から、<u>三平方の定理</u>とも呼ばれる。

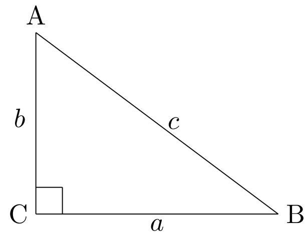

図 1　ピタゴラスの定理

2　ピタゴラスの定理の証明

前の図 (図 1) の頂点 C から、対辺 AC へ下した垂線の足を H する (図 2)。

この時、△ABC と、△ACH 並びに、△CBH に着目すると、次のような事がいえる。

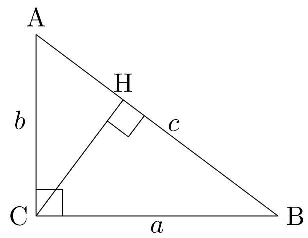

図 2　定理証明

△ABC と △ACH において、

$$\angle \mathrm{CAB} = \angle \mathrm{HAC}$$
$$\angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{CHA}$$

即ち、ニ角が等しいので、

$$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{ACH}$$

がいえる。

同様に △ABC と △CBH において、

$$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{CBH}$$
$$\angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{BHC}$$

即ち、ニ角が等しいので、

$$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{CBH}$$

がいえる。

* 日本大学理工学部数学科<kurino@math.cst.nihon-u.ac.jp>

　相似な三角形の比は等しいので、

$$\mathrm{AB} : \mathrm{AC} = \mathrm{CA} : \mathrm{HA}$$
$$\mathrm{AB} : \mathrm{CB} = \mathrm{BC} : \mathrm{BH}$$

となり、これより、

$$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AB} \cdot \mathrm{AH}$$
$$\mathrm{CB}^2 = \mathrm{AB} \cdot \mathrm{HB}$$

となる。これの両辺を加え、$\mathrm{AC} = b, \mathrm{CB} = a, \mathrm{AB} = c$ である事を使うと、

$$a^2 + b^2 = c(\mathrm{AH} + \mathrm{HB})$$

　となる。そして、最後に $\mathrm{AH} + \mathrm{HB} = \mathrm{AB} = c$ を利用すると、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

　となり、求める式が得らえた。